



# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

## Facultad de Educación

Comprensión de los conceptos área, perímetro y volumen mediante estrategias no convencionales y su relación con el contexto

Caso: grado sexto de la Institución Educativa Alfredo Cock Arango de Medellín.

Vanessa Angélica Cartagena Montoya

Sara Daniela Díaz Rave

Carolina Hernández Córdoba

Grupo de investigación Educación Matemática e Historia (UdeA-EAFIT) - EDUMATH  
Categoría B - Colciencias.

Asesor:

René Alejandro Londoño Cano

# UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

Trabajo de investigación para optar al título de Licenciada en Matemáticas y Física

Universidad de Antioquia

Facultad de Educación

Medellín

2018



### **Agradecimientos**

Por su dedicación, paciencia y apoyo permanente, a:

Doctor René Alejandro Londoño Cano, por demostrar siempre interés en la calidad académica de la investigación y por las acertadas recomendaciones y orientaciones.

A los directivos y estudiantes que apoyaron y permitieron realizar la investigación.

**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



**Contenido**

CAPÍTULO 1 .....	12
1. Problema de investigación .....	12
1.1 Antecedentes .....	12
1.2 Planteamiento del problema.....	17
1.2.1 Justificación.....	17
1.2.2 Formulación del problema.....	21
1.2.3 Pregunta de investigación.....	21
1.3 Objetivos .....	21
1.3.1 Objetivo general.....	21
1.3.2 Objetivos específicos.....	21
CAPÍTULO 2 .....	23
2. Marco referencial .....	23
2.1 Marco contextual.....	23
2.2 Marco legal.....	25





**Facultad de Educación**

2.2.1	Estándares curriculares.....	25
2.3	Marco conceptual.....	27
2.4	Marco teórico.....	29
2.4.1	Antecedentes acerca de la “comprensión”.....	29
2.4.2	El marco teórico de la investigación: La teoría para la comprensión matemática de Pirie y Kieren.....	31
<b>CAPÍTULO 3.....</b>		<b>39</b>
3.	Metodología propuesta.....	39
3.1	El enfoque cualitativo.....	39
3.2	Tipo de estudio.....	40
3.3	Participantes.....	41
3.4	Recolección de la información.....	41
3.4.1	Entrevista.....	42
3.4.2	Observación.....	42
3.4.3	Descriptores para la comprensión.....	43
3.5	Ruta metodológica.....	45
3.5.1	Fase inicial de exploración.....	45
3.5.2	Fase de aplicación de la entrevista.....	46
3.5.3	Fase final.....	46
<b>CAPÍTULO 4.....</b>		<b>67</b>



**Facultad de Educación**

4.	Análisis del proceso de comprensión de los estudiantes .....	67
4.1	Caso 1: Esteban .....	68
4.2	Caso 2: Mateo.....	73
4.3	Caso 3: Óscar .....	78
CAPÍTULO 5 .....		82
5.	Conclusiones.....	82
5.1	Consecución de los objetivos.....	82
5.2	Respuesta a la pregunta de investigación.....	84
5.3	Diseño de la entrevista semiestructurada.....	85
5.4	Proyecciones a futuro en esta línea de investigación.....	87
5.5	Aportes a la formación docente.....	88
Referencias.....		90
Anexos .....		94

**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



Índice de figuras

Figura 1. Representación diagramática del modelo para la evolución de la comprensión matemática. En Modelos y teorías de la comprensión matemática: comparación de los modelos de Pirie y Kieren sobre el crecimiento de la comprensión matemática y la teoría APOE (p. 236), por D. E. Meel, 2003, México. .... 34

Figura 2. Representaciones diagramáticas del modelo para la evolución de la comprensión matemática con los ocho niveles, y el posible mapa de recorrido que puede hacer un estudiante, en cuanto a la comprensión de un concepto matemático, haciendo el proceso dinámico de redoblar. En La relación inversa entre cuadraturas y tangentes en el marco de la teoría de Pirie y Kieren (p. 15), por R. A. Londoño, 2011, Medellín. .... 35

Figura 3. Una representación diagramática del modelo para la evolución de la comprensión matemática. En La relación inversa entre cuadraturas y tangentes en el marco de la teoría de Pirie y Kieren (p. 15), por R. A. Londoño, 2011, Medellín. .... 36

Figura 4. Los elementos complementarios del nivel interno. En La relación inversa entre cuadraturas y tangentes en el marco de la teoría de Pirie y Kieren (p. 21), por R. A. Londoño, 2011, Medellín. .... 37

Figura 5. Ilustración mostrada en la actividad exploratoria. Elaboración propia. .... 46



**Facultad de Educación**

<i>Figura 6.</i> Ilustración para identificar el volumen. Elaboración propia. ....	48
<i>Figura 7.</i> Ilustración para identificar el área. Elaboración propia. ....	48
<i>Figura 8.</i> Ilustración de recta numérica. ....	49
<i>Figura 9.</i> Ilustración para identificar el perímetro. Elaboración propia. ....	50
<i>Figura 10.</i> Puerta del salón para actividad “veo y aprendo”. Elaboración propia. ....	52
<i>Figura 11.</i> Plantillas para actividad “arma tu figura”. En www.elinvernaderocreativo.com. ....	53
<i>Figura 12.</i> Ficha sobre dimensiones. Elaboración propia. ....	54
<i>Figura 13.</i> Pecera geométrica. Elaboración propia. ....	54
<i>Figura 14.</i> Cuadrícula. Elaboración propia. ....	56
<i>Figura 15.</i> Ficha dominó. Elaboración propia. ....	62
<i>Figura 16.</i> Juego “dominó geométrico”. Elaboración propia. ....	63
<i>Figura 17.</i> Cuadrícula. Elaboración propia. ....	64
<i>Figura 18.</i> Respuesta de Esteban a la pregunta 5 de la entrevista semiestructurada. ....	68
<i>Figura 19.</i> Respuesta de Esteban a la pregunta 24 de la entrevista semiestructurada. ....	69
<i>Figura 20.</i> Respuesta de Esteban a la pregunta 25 de la entrevista semiestructurada. ....	70
<i>Figura 21.</i> Respuesta de Esteban a la pregunta 6 de la entrevista semiestructurada. ....	70
<i>Figura 22.</i> Respuesta de Esteban a la pregunta 10 de la entrevista semiestructurada. ....	71
<i>Figura 23.</i> Ilustración de la actividad “tetris geométrico”. ....	72
<i>Figura 24.</i> Mapa del recorrido realizado por Esteban en el marco de la teoría para la comprensión matemática de Pirie y Kieren. Elaboración propia. ....	73
<i>Figura 25.</i> Ilustración de la actividad “crea y aprende”. ....	74



**Facultad de Educación**

*Figura 26.* Respuesta de Mateo a la actividad “crea tu medida” de la entrevista

semiestructurada ..... 75

*Figura 27.* Respuesta de Mateo a la pregunta 34 de la entrevista semiestructurada. .... 76

*Figura 28.* Respuesta de Mateo a la pregunta 6 de la entrevista semiestructurada. .... 76

*Figura 29.* Mapa del recorrido realizado por Mateo en el marco de la teoría para la comprensión matemática de Pirie y Kieren. Elaboración propia..... 77

*Figura 30.* Respuesta de Óscar a la pregunta 29 de la entrevista semiestructurada. .... 79

*Figura 31.* Respuesta de Óscar a la pregunta 1 de la entrevista semiestructurada. .... 79

*Figura 32.* Respuesta de Óscar a la pregunta 5 de la entrevista semiestructurada. .... 80

*Figura 33.* Mapa del recorrido realizado por Óscar en el marco de la teoría para la comprensión matemática de Pirie y Kieren. Elaboración propia..... 81



### Índice de Tablas

Tabla 1. <i>Etiquetas propuestas por la teoría PK para las complementariedades de la acción y la expresión en cada nivel. En La relación inversa entre cuadraturas y tangentes en el marco de la teoría de Pirie y Kieren (p. 17), por R. A. Londoño, 2011, Medellín.</i> .....	37
Tabla 2. <i>Unidades de medida.</i> Elaboración propia. ....	50
Tabla 3. <i>Tabla para realizar la pregunta número 21.</i> Elaboración propia.....	56
Tabla 4. <i>Tabla para realizar la pregunta número 22.</i> Elaboración propia.....	57
Tabla 5. <i>Tabla para realizar la pregunta número 23.</i> Elaboración propia.....	57
Tabla 6. <i>Tabla para realizar la pregunta número 24.</i> Elaboración propia.....	58
Tabla 7. <i>Tabla para realizar la pregunta número 25.</i> Elaboración propia.....	58
Tabla 8. <i>Tabla de representaciones.</i> Elaboración propia.....	60
Tabla 9. <i>Tabla para actividad “versus”.</i> Elaboración propia.....	65



### **Resumen**

La presente investigación está orientada hacia la comprensión de los conceptos de área, perímetro y volumen, en estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Alfredo Cock Arango en el barrio Castilla del municipio de Medellín. La investigación se hizo bajo el enfoque cualitativo debido a que permite la recolección de información de actitudes y aptitudes que evidencian la comprensión de los estudiantes y se utilizó el método de estudio de casos el cual permite observar y analizar los datos y la información que se adquiere en el proceso de la investigación.

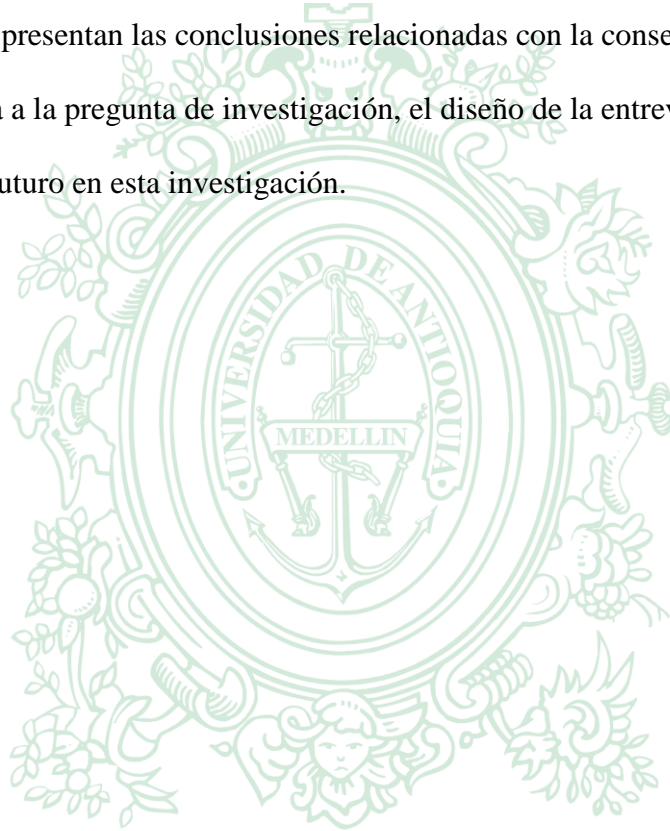
La investigación se centró en la elaboración de una estrategia que propiciara el avance en la comprensión de los conceptos de área, perímetro y volumen; para la elaboración de la misma se recurrió a la teoría para la comprensión matemática de Pirie y Kiere y al contexto de los estudiantes.



**Facultad de Educación**

Además, para recolectar la información se utilizó la entrevista semiestructurada a partir de los elementos de la teoría de Pirie y Kieren, las observaciones realizadas en el aula de clases y los descriptores para la comprensión elaborados para cada nivel.

Por último, se presentan las conclusiones relacionadas con la consecución de los objetivos, la respuesta a la pregunta de investigación, el diseño de la entrevista semiestructurada y las proyecciones a futuro en esta investigación.



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



## **CAPÍTULO 1**

### **1. Problema de investigación**

En el capítulo 1 se abordarán los antecedentes sobre el tema de investigación y se planteará el problema de investigación, la pregunta de investigación, los objetivos y la problemática evidenciada por los investigadores desde la teoría y su práctica docente.

#### **1.1 Antecedentes**

Con el fin de indagar en los trabajos realizados sobre la comprensión de los conceptos área, perímetro y volumen, el uso de estrategias no convencionales y la relación de los conceptos con el contexto, se hizo un rastreo bibliográfico de diferentes autores que evidenciaron las dificultades en la comprensión de estos conceptos y se interesaron en abordar estos temas desde las vivencias y la necesidad de comprenderlos tanto en el aula de clases como en la vida cotidiana. Así pues, González (2014) afirma que “En la escuela se ha privilegiado la aplicación y repetición de un algoritmo, se ha dejado de lado la comprensión del concepto que dé sentido a las expresiones algorítmicas asociadas” (p.76).



Se encuentra una separación del aprendizaje con el contexto, lo que desencadena que los estudiantes no realicen una apropiación del concepto y se limiten al empleo de algoritmos. En nuestra experiencia docente encontramos que los estudiantes solo asocian los conceptos a la aplicación de una fórmula, en ocasiones se les pide hallar el área, el perímetro o el volumen de figuras geométricas y son capaces de realizarlo correctamente, pero si se les pide que realicen estos cálculos con los objetos que los rodean (ventana, puerta, tablero, cuaderno) presentan diversas dificultades, por lo que se evidencia una comprensión basada en algoritmos y alejada de su contexto. Algunos docentes reducen su enseñanza a los algoritmos y empleo de metodologías tradicionales que en muchas ocasiones dificultan la comprensión; en esta dirección López y Cardozo (2011) afirman:

Los estudiantes tienen dificultades para aprender geometría, debido a que no tienen la madurez matemática para realizar las tareas y demostraciones que se requieren, y así fracasan en un alto porcentaje. Por lo tanto la geometría, no se debe reducir a las exigencias de un programa, sino que debe tenerse en cuenta las tendencias actuales en cuanto a la metodología de la enseñanza de la disciplina: la visualización, las múltiples representaciones y el hacer conjeturas, aspectos todos relacionados con la teoría constructivista del conocimiento, la cual reconoce que el estudiante construye significados asociados a su propia experiencia. (p.28)

Se considera importante relacionar el contenido con el contexto del estudiante para mejorar su comprensión y apropiación de los diferentes conceptos, teniendo en cuenta que la geometría tiene un uso notable en la cotidianidad del ser humano. Regularmente en las



**Facultad de Educación**

instituciones educativas los planes de área no garantizan la comprensión del estudiante, estos suelen ser muy generales y en ocasiones no se tiene en cuenta el contexto escolar, este sirve de apoyo, pero no es un limitante a la hora de adaptar los contenidos para lograr una mejor comprensión en los estudiantes.

También es importante caracterizar las aptitudes de los estudiantes para elaborar una enseñanza en la que se le facilite la comprensión, teniendo en cuenta que cada persona reconstruye su propia experiencia de manera que sus ideas puedan transformarse con el tiempo y con la implementación de estrategias no convencionales, dejando de lado una enseñanza tradicional que en varias ocasiones es basada en libros de textos. Esto se refleja en el trabajo realizado por Moyá con los estudiantes de la E.S.O (Educación Secundaria Obligatoria) y el bachillerato, quien destaca la importancia de analizar cómo se está dando la comprensión de los conceptos mediante libros de texto y la manera como los estudiantes razonan y asocian con su contexto. En concordancia con lo anterior, Moyá (2002) nos expone una aproximación a la noción de volumen que tienen los estudiantes de la E.S.O y el bachillerato, concepto que constituye el referente en los temas relacionados con la representación gráfica. En este trabajo se analiza cómo se lleva a la práctica y qué uso tiene esta noción dentro de la realidad de la escuela. Se realiza una aproximación a los distintos significados considerando los libros de texto, el pensamiento de los estudiantes, su marco de referencia, su sistema de operar y las formas de razonamiento que utilizan para comprender esta noción, con el fin de conocer el origen de sus dificultades y a qué factores están asociadas.

En la revisión de los antecedentes, se ha encontrado que los libros escolares realizan una explicación algorítmica y suelen contener errores conceptuales que incluso los mismos docentes



**Facultad de Educación**

podrían transmitir sin intención a sus estudiantes. Se destaca la necesidad de ir más allá de este tipo de textos e implementar estrategias no convencionales con las que el estudiante pueda interactuar y sentirse motivado para propiciar un aprendizaje significativo utilizando su entorno.

En este sentido, Guzmán (2007) nos plantea:

La medición de perímetros y áreas tiene mucho que ver con objetos reales partiendo desde la misma casa del niño. La ventana de su casa, el árbol del patio, así como las actividades de trabajo diario. Creo que lo importante aquí es que los contenidos se relacionen con la vida diaria o con diversas situaciones con las que el educando se encuentra. (p.8)

La geometría no solo se limita a conceptos o cálculos, sino que también es posible que se evidencie en aspectos o fenómenos de la vida cotidiana, por esto es importante trabajar la comprensión de los contenidos con los estudiantes a partir de sus experiencias y favorecer su comprensión utilizando elementos tangibles, para que los estudiantes interactúen con diferentes dimensiones del espacio y tengan un mejor acercamiento a las unidades de medida que están asociadas a diferentes cálculos de área, perímetro y volumen y comprendan la independencia entre estos. Continuando con esto, Mántica, Del Maso, Götte y Marzioni (2011) desarrollan un trabajo en el que describen una secuencia de aprendizaje implementada en dos cursos de octavo año:

El objetivo ha sido proporcionar una serie de actividades para que los alumnos puedan establecer la independencia de los conceptos de perímetro y área. Se analiza el trabajo realizado por los alumnos en dos jornadas. En la primera de ellas se propuso una actividad cuyo propósito era la diferenciación de las nociones de área y de longitud. El



**Facultad de Educación**

objetivo de la actividad propuesta en la segunda jornada consistió en que los estudiantes reconocieran la independencia entre las variaciones del área y del perímetro. Se propusieron actividades que produjeran un conflicto con una consecuente fractura entre las relaciones de dependencia para la variación del área y del perímetro que los estudiantes usualmente establecen; al mismo tiempo se comprobó la tendencia a comparar las longitudes para la obtención de áreas que los estudiantes presentan, especialmente cuando se trata de diseños geométricos simples. (p.1)

Es importante la búsqueda de actividades que permitan a los estudiantes mejorar la comprensión y establecer relaciones y diferencias entre los conceptos área, perímetro y volumen, para así llegar a una transformación de estos, como lo explica Corberán (1996) cuando habla de la relación inversa existente entre el tamaño de la unidad y el número de unidades, permitiendo al alumno comprender que la medida del área de una superficie puede estar asociada a diferentes números dependiendo de las unidades de medida utilizadas. Por ejemplo, dos objetos pueden tener el mismo número asociado a sus áreas, pero con diferentes unidades de medida: el área de un cuadrado es  $16\text{cm}^2$  y el área de otro cuadrado es de  $16\text{mm}^2$ , en este caso se puede observar que si bien en el cálculo de su área se obtiene como resultado el mismo número, sus magnitudes son diferentes, mostrando la importancia de las unidades de medida. Por esto se debe tener en cuenta la dimensión de las figuras a la hora de realizar los cálculos, puesto que en muchas ocasiones los estudiantes al realizar operaciones dan el resultado sin las unidades correspondientes a las dimensiones de la figura lo que les dificulta comprender las diferencias que tienen estos conceptos.

**Facultad de Educación**

**1.2 Planteamiento del problema**

En esta sección se expondrá una justificación del problema observado en la Institución Educativa Alfredo Cock Arango y se abordará la formulación del problema.

**1.2.1 Justificación.**

El Ministerio de Educación Nacional indica los lineamientos a seguir para lograr procesos educativos que atiendan a la diversidad y que busquen una mejor formación; se encuentra que a la geometría se le da gran valor al momento de mostrar su importancia para el desarrollo del pensamiento espacial y geométrico, debido a que estos son esenciales para el desarrollo del pensamiento científico, basándose en la teoría de las inteligencias múltiples de Howard Gardner que especifica la inteligencia espacial como una de ellas, la cual permite manejar información en el aprendizaje y la resolución de problemas (Ministerio de Educación Nacional-MEN, 1998).

“El papel que cumplen las áreas y las disciplinas en los currículos de la educación básica y media, varía según las épocas y las culturas” (Ministerio de Educación Nacional-MEN, 1998, p.4); la geometría es una de las ramas de la matemática que históricamente ha tenido gran importancia debido a que su utilidad se evidencia de manera notable a lo largo del desarrollo de la historia de la humanidad, por esto la preocupación sobre la manera en cómo se está comprendiendo la geometría y la separación que se ha tenido con el contexto educativo en el cual se desenvuelven los estudiantes.



**Facultad de Educación**

En la actualidad, la enseñanza de la geometría se reduce fácilmente a libros de textos y representaciones abstractas, como lo mencionan Abrate, Delgado y Pochulu (2006), los cuales no logran en el estudiante una comprensión idónea de los conceptos de área, perímetro y volumen, dejando de lado una construcción histórica capaz de evidenciar la relación inseparable entre la geometría y el entorno que rodea al hombre; esto se logra evidenciar en confusiones que se presentan en un aula de clases al momento de enseñar estos conceptos. A continuación, mencionaremos algunas de ellas que se observaron y rastrearon durante nuestra práctica y experiencias vividas en nuestra formación:

- Algunos de los estudiantes confunden y relacionan el cálculo del área con el del perímetro.

Esta "falsa" relación entre el área y el perímetro tan arraigada en los alumnos, pone de manifiesto que éstos piensan en el área y en el perímetro como en dos propiedades de la superficie íntimamente ligadas, concepción errónea que les impide ver el área como una propiedad de la superficie independiente del perímetro y les dificulta, e incluso imposibilita, realizar transformaciones de superficies bajo determinadas condiciones. (Corberán, 1996, p.10)

A los estudiantes se les dificulta comprender que, aunque ambos cálculos se realicen para superficies planas, no existe una relación directa entre ellos y por lo tanto no están íntimamente ligados.



**Facultad de Educación**

- Los estudiantes al realizar cálculos asocian los resultados mayores con el área y el volumen y los menores con el perímetro, además, piensan que, si dos figuras tienen la misma área, tendrán el mismo perímetro o el mismo volumen.

Algunos investigadores advierten que limitar la enseñanza del área a las fórmulas para su cálculo, se convierte para los estudiantes en un obstáculo para comprender el área como número de unidades que recubren la superficie y para comprender el área como una propiedad que se conserva mediante las acciones de recorte y pegado.

También se ha observado, que con la enseñanza de las fórmulas se origina un empobrecimiento en los alumnos, en tanto que éstos abandonan otras técnicas de medida que utilizan con éxito hasta ese momento, antes de que hayan podido comprender las fórmulas. (Corberán, 1996, p.10)

Algunas de las dificultades se deben a una enseñanza basada solo en fórmulas que los estudiantes asocian a ciertas figuras geométricas, esto se convierte en un obstáculo para la comprensión que les impide ir más allá de cálculos numéricos y así relacionar los conceptos con el contexto.

- Existe una gran confusión entre las figuras planas y los sólidos, los estudiantes no logran identificar las diferencias entre el área, el perímetro y el volumen.

Lunzer (como se citó en Castrillón, 2014) estudia la conservación del volumen, mediante una experiencia con niños entre los seis y los ocho años. Ninguno de ellos entendió el volumen como “lo que está rodeado por caras limitadoras”, e indica que la conservación del volumen surge en estas edades, pero esta conservación requiere actividades de



**Facultad de Educación**

inmersión, que por lo general la escuela no proporciona, por lo tanto, se demoran más en alcanzarla. Sin embargo, cuestiona que en los niños, la multiplicación de las tres dimensiones lineales para determinar el volumen de un sólido, surja de manera espontánea. (p.7)

Muchas de estas confusiones se presentan en el momento de la enseñanza, debido a que se presentan prácticas usuales de enseñanza basada en fórmulas, pero no hay una preocupación por el uso de diferentes recursos o materiales con los que el estudiante sea capaz de asimilar, observar y comprender fácilmente los conceptos, e incluso relacionarlos con su entorno.

En la actualidad existen docentes preocupados por el aprendizaje de la geometría en el aula de clase, buscando otros métodos de enseñanza para lograr despertar en los estudiantes el interés por los conceptos que se están trabajando; para esto, es necesario llevar al aula diferentes formas de mostrar los contenidos. Es por esto que se quiere buscar una mejor comprensión en los conceptos de perímetro, área y volumen, trabajando desde el contexto de los estudiantes y apuntando a estrategias no convencionales que permitan un mejor aprendizaje; mediante estas estrategias se busca que el estudiante tenga una mejor disposición para la interpretación tanto de los conceptos como de las representaciones y relacionar estos conceptos con el contexto para así obtener una mejor comprensión y mejorar gran parte de los errores que presentan los estudiantes comúnmente en el aula de clases.



**Facultad de Educación**

**1.2.2 Formulación del problema.**

En la práctica pedagógica y en las intervenciones que se realizaron con los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Alfredo Cock Arango, se evidencian dificultades en la comprensión de los conceptos de área, perímetro y volumen, lo que impide una apropiación conceptual y procedimental en su relación con el contexto.

**1.2.3 Pregunta de investigación.**

¿Cómo propiciar el avance en la comprensión de los conceptos de área, perímetro, y volumen mediante la utilización de estrategias no convencionales y su relación con el contexto?

**1.3 Objetivos**

En esta sección se presentará el objetivo general y los objetivos específicos de la investigación.

**1.3.1 Objetivo general.**

Consolidar una estrategia que permita el avance en la comprensión de los conceptos área, perímetro y volumen en los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Alfredo Cock Arango.

**1.3.2 Objetivos específicos.**



**Facultad de Educación**

Caracterizar las concepciones y dificultades de los estudiantes frente a los conceptos de área, perímetro y volumen en relación con su contexto.

Identificar estrategias no convencionales que permitan el avance en la comprensión de los conceptos de área, perímetro y volumen.



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



## **CAPÍTULO 2**

### **2. Marco referencial**

En este capítulo se abordará el marco referencial, el cual se compone del marco contextual, el marco legal, el marco conceptual y el marco teórico que servirán de apoyo para el desarrollo de la investigación.

#### **2.1 Marco contextual**

La Institución Educativa Alfredo Cock Arango es mixta y de carácter oficial, creada y aprobada por la Secretaría de Educación de Medellín mediante la Resolución 16237 de Noviembre 27 de 2002 para impartir enseñanza formal en los niveles de Educación Preescolar, Básica Primaria, Básica Secundaria, Media Académica, Media Técnica y Ciclos Lectivos Integrados Especiales-CLEI, en jornada mañana continua, tarde continua y nocturna. La Institución está ubicada en el Barrio Castilla, comuna 6 de la ciudad de Medellín, Departamento de Antioquia- Colombia.



**Facultad de Educación**

La planta física cuenta con una sola sede ubicada en la carrera 72 No. 99-55. Respecto a la ubicación geográfica de la Institución Educativa, es pertinente destacar que se encuentra a pocos minutos de la estación Tricentenario del Metro. La Institución Educativa cuenta con suficientes rutas de transporte que permiten el fácil acceso hacia ella y desde ella, además de la movilidad de estudiantes y demás estamentos de la comunidad educativa que habitan en barrios aledaños, tales como: Kennedy, Robledo Miramar, Florencia, López de Mesa, Tricentenario, entre otros del nororiente de la ciudad. La zona en que se encuentra la Institución Educativa, aunque ha sido considerada en algunas ocasiones como un punto neurálgico de violencia interbarrial, es un sitio estratégico, ya que cuenta con sitios de interés cercanos, tales como: Parque Juanes de La Paz, SENA de Pedregal, Terminal Norte de Transporte, Feria Municipal de Ganado, entre otros; además, está rodeada en su mayoría por personas y familias de estratos 1, 2 y 3 con principios, valores y competencias ciudadanas.

En relación con el recurso humano, cabe mencionar que la institución cuenta con los servicios de 38 docentes. Los directivos docentes al momento de la ejecución de la investigación son tres: Un rector y dos coordinadores.

La investigación se desarrolló en el grado sexto (jornada de la mañana) de la Institución Educativa, los estudiantes se encuentran entre los 11 y 14 años de edad y acorde al plan de estudios del área de matemáticas, se presentan las temáticas de los conceptos de interés (área, perímetro y volumen) por lo que se posibilita la realización de la investigación y sus actividades.

Según el plan de área de matemáticas de la Institución se plantea la educación como un constructo social, no solo la escuela enseña el conocimiento matemático, el entorno y la familia contribuyen a la formación de dicho conocimiento en los niños, niñas y jóvenes. Por tal razón la escuela debe tener en cuenta los intereses de los estudiantes y sus necesidades para poder realizar

**Facultad de Educación**

una adecuada orientación del proceso de enseñanza aprendizaje y el desarrollo de habilidades de pensamiento en los educandos. La formulación del plan de área de matemáticas, obedece a la necesidad de articular los saberes previos obtenidos en el hogar y el entorno con los desarrollados a través de la historia por pensadores, para contribuir de manera adecuada al desarrollo de competencias matemáticas en los niños, niñas y jóvenes que les garantice un mejor desempeño social.

El modelo pedagógico de la institución es asumido desde el ámbito social, porque permite entender y comprender las problemáticas sociales que vive el entorno institucional desde el plan de estudios y la práctica pedagógica de aula.

## **2.2 Marco legal**

En esta sección, se muestran los estándares que guían actualmente la educación matemática en nuestro país, específicamente para la geometría.

### **2.2.1 Estándares curriculares.**

**Pensamiento espacial y sistemas geométricos:** En los sistemas geométricos se hace énfasis en el desarrollo del pensamiento espacial, el cual es considerado como el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus diversas traducciones a representaciones materiales.

Los sistemas geométricos se construyen a través de la exploración activa y modelación del espacio tanto para la situación de los objetos en reposo como para el movimiento. Esta

**Facultad de Educación**

construcción se entiende como un proceso cognitivo de interacciones, que avanza desde un espacio intuitivo o sensorio-motor a un espacio conceptual o abstracto relacionado con la capacidad de representar internamente el espacio, reflexionando y razonando sobre propiedades geométricas abstractas.

Este proceso de construcción del espacio está condicionado e influenciado tanto por las características cognitivas individuales como por la influencia del entorno físico, cultural, social e histórico. Por tanto, el estudio de la geometría en la escuela debe favorecer estas interacciones. Se trata de actuar y argumentar sobre el espacio ayudándose con modelos y figuras, con palabras del lenguaje ordinario, con gestos y movimientos corporales.

**Pensamiento métrico y sistemas de medidas:** La interacción dinámica que genera el proceso de medir entre el entorno y los estudiantes, hace que éstos encuentren situaciones de utilidad y aplicaciones prácticas donde una vez más cobran sentido las matemáticas.

Actividades de la vida diaria relacionadas con las compras en el supermercado, con la cocina, los deportes, la lectura de mapas, la construcción, etc., acercan a los estudiantes a la medición y les permiten desarrollar muchos conceptos y destrezas matemáticas.

La desatención de la geometría como materia de estudio en las aulas y el tratamiento de los sistemas métricos desde concepciones epistemológicas y didácticas sesgadas, descuida por un lado el desarrollo histórico de la medición y, por otro, reduce el proceso de medir a la mera asignación numérica.

No es extraño, en nuestro medio, introducir a los niños y a las niñas en el mundo de la medida con instrumentos refinados y complejos descuidando la construcción de la magnitud



**Facultad de Educación**

objeto de la medición, y la comprensión y el desarrollo de procesos de medición cuya culminación sería precisamente aquello que hemos denunciado como prematuro.

### **2.3 Marco conceptual**

En el marco conceptual se dará una definición de los conceptos que se trabajarán en el proceso de investigación, tales como: área, perímetro y volumen.

Según la Real Academia Española (RAE), el área se define como:

1. Espacio de tierra comprendido entre ciertos límites.
2. Superficie comprendida dentro de un perímetro.

Como se puede observar, estas definiciones no son completas y dan una definición muy vaga de lo que realmente es el área, sin embargo, Corberán (1996) menciona que:

...antes de abordar el estudio del área como producto de dos dimensiones lineales, es conveniente tener presente que a pesar de ser este el enfoque del área más universalmente enseñado a los alumnos, paradójicamente es el que posee las más altas cotas de incompreensión. Debemos ser conscientes del nivel de abstracción y de formalización que requiere la medición de un área mediante cálculos a partir de las dimensiones lineales y de ahí la dificultad de comprensión por parte de los alumnos de las fórmulas para el cálculo del área de algunas superficies. (p.5).

Se debe tener en cuenta que ciertas dificultades en la comprensión de este concepto se deben a problemas con el cálculo y la medida que impiden un buen desarrollo en cuanto a las necesidades que se presentan en el aula de clases.

En la Real Academia Española (RAE) se define al perímetro como:



**Facultad de Educación**

1. Contorno de una superficie.
2. Contorno de una figura.
3. Medida del contorno de una figura.

Según Guzmán (2007) “se le conoce al perímetro a aquello que rodea una figura u objeto. También puede ser identificado como el entorno y límite u orilla de la superficie de una figura geométrica” (p.36).

Esta definición que nos ofrece Guzmán está encaminada a la definición propuesta por la Real Academia Española (RAE), con la diferencia que Guzmán involucra el contexto, dando así una relación entre un concepto geométrico y hechos de la vida cotidiana.

Por último, el volumen, según la Real Academia Española (RAE) está definido como:

1. Magnitud física que expresa la extensión de un cuerpo en tres dimensiones, largo, ancho y alto, y cuya unidad en el sistema internacional es el metro cúbico.
2. Espacio ocupado por un cuerpo.

Para Vergnaud (como se citó en Rivera, 2014):

El volumen se puede establecer desde dos formas, una como magnitud unidimensional, que puede ser comparada, medida, evaluada, aproximada, sumada, restada, etc., en función de él y de otra forma como una magnitud tridimensional, que permite medirla en función de otra magnitud, es decir, la longitud. Esto implica que ambos elementos, (área superficial y volumen) pueden relacionarse mutuamente en situaciones cotidianas, de tal forma que permita procesos de modelación. (p. 55)

Además, Lopera (como se citó en Hernández, 2016) propone:

**Facultad de Educación**

Se recomienda mirar el concepto de volumen a través de la historia del cálculo o del desarrollo de la geometría. Por parte de la geometría, se han encontrado hallazgos de cálculos hechos por los babilonios, egipcios y los chinos para estimar volúmenes de pirámides truncadas. (p. 33)

**2.4 Marco teórico**

En este marco, se abordarán los antecedentes acerca de la comprensión y la teoría para la comprensión matemática de Pirie y Kieren.

**2.4.1 Antecedentes acerca de la “comprensión”.**

A continuación, se presenta un rastreo bibliográfico acerca de la comprensión enmarcada en la educación matemática. Se comienza observando que el término *comprensión* se utiliza con demasiada libertad, sin existir una noción bien definida, en particular Brownell & Sims (como se citó en Meel, 2003) afirmaron que la comprensión matemática era un concepto difícil de definir y explicaron: “Es muy difícil de encontrar o formular una definición técnicamente exacta de “comprender” o comprensión” (p. 163). Aun así, se pueden rastrear diversas definiciones antes de 1978, que nos dan un indicio acerca de la noción de comprensión que se tenía, estas son:

Brownell y Sims (como se citó en Meel, 2003) describen la comprensión como (a) la capacidad de actuar, sentir o pensar de manera inteligente respecto a una situación; (b) varía respecto al grado de seguridad y finalización; (c) varía respecto a la situación problemática que se presenta; (d) necesita conectar las experiencias del mundo real y los símbolos inherentes; (e) necesita verbalizaciones, a pesar de que puedan contener significados menores; (f) desarrolla varias experiencias, en vez de la repetición de las



Facultad de Educación

mismas; (g) está influida por los métodos empleados por parte del maestro; y (h) es inferida por la observación de las acciones y las verbalizaciones. (p.225)

Polya (como se citó en Meel, 2003) por su parte, identificó la comprensión como un elemento complementario a la resolución de problemas, según se indica en la siguiente cita: Se debe tratar de comprender todo; los hechos aislados mediante su recopilación con los hechos relacionados, los descubrimientos recientes a través de sus conexiones con lo ya asimilado, lo desconocido por analogía con lo acostumbrado, los resultados especiales mediante la generalización, los resultados generales por medio de la especialización adecuada, las situaciones complejas mediante la separación de las mismas en sus partes constituyentes y los detalles mediante la integración de los mismos dentro de una imagen total (p. 23). De esta manera, Polya identificó cuatro niveles de comprensión como una regla matemática: (a) "mecánica"- un método memorizado que puede aplicarse correctamente, (b) "inductivo"- la aceptación de que las exploraciones de casos simples se extienden a casos complejos, (c) "racional"- la aceptación de la prueba de la regla, según se demuestra por alguien más, y (d) "intuitiva"- la convicción personal como una verdad más allá de cualquier duda. Dichos niveles califican la comprensión como un conocimiento asociado con reglas matemáticas. (p.226)

Se puede observar la importancia que se le da al maestro en el proceso de la comprensión y cómo se ve estrechamente relacionado este término con el conocimiento, fue solo hasta 1978 que aparece una distinción entre estos términos, cuando Skemp realizó una reimpresión del *Maestro de la Aritmética* en el mismo año, momento que llamó la atención de la comunidad de la Educación Matemática de Estados Unidos y además enfatizó las categorías de la comprensión

**Facultad de Educación**

matemática; clasificó la comprensión como relacional e instrumental, la segunda proporciona vías para una transferencia más eficiente, para la extracción de conocimientos desde la memoria del estudiante y así, promover la evolución en la comprensión; la primera, permite un recuerdo fácil y el acceso rápido a las respuestas. Después de esto, la clasificación evolucionó y se incluyó la comprensión lógica (organización de acuerdo con una prueba formal) y la comprensión simbólica (conexión de simbolismo y notación para las ideas asociadas); sin embargo, otras visiones más generales consideran la comprensión como desarrollo de conexiones entre ideas, hechos o procedimientos.

En la actualidad, los investigadores separan la comprensión del conocimiento y se han propuesto conceptos recientes de la comprensión; estas definiciones tienen elementos comunes ya que derivan de la perspectiva constructivista la comprensión del estudiante, la cual se construye formando objetos mentales y la conexión entre estos.

**2.4.2 El marco teórico de la investigación: La teoría para la comprensión matemática de Pirie y Kieren.**

Esta investigación está fundamentada en la teoría de Pirie y Kieren quienes definen la comprensión en base a Glasersfeld (como se citó en Meel, 2003) quien propuso la siguiente definición:

El organismo de la experiencia se convierte en un constructor de estructuras comunicativas, que pretende resolver dichos problemas conforme el organismo los percibe o los concibe... entre los cuales se encuentra el problema interminable de las organizaciones consistentes de dichas estructuras que podemos llamar comprensión. (p. 235)

**Facultad de Educación**

También agrega que la comprensión es un proceso continuo para organizar las estructuras del conocimiento de una persona.

Al utilizar esta definición, Pirie y Kieren (como se citó en Meel, 2003) describieron la comprensión matemática de la siguiente manera:

La comprensión matemática se puede definir como estable pero no lineal. Es un fenómeno recursivo, y la recursividad parece ocurrir cuando el pensamiento cambia los niveles de sofisticación. De hecho cada nivel de comprensión se encuentra contenido dentro de los niveles subsiguientes. Cualquier nivel particular depende de las formas y los procesos del mismo y, además, se encuentra restringido por los que están fuera de él. (p.235)

Así, la teoría para la comprensión de Pirie y Kieren surge de un referente constructivista, que postula un modelo compuesto por ocho niveles, los cuales describen la comprensión matemática (ver figura 1.1), estos son:

**Nivel 1. Primitive knowing (conocimiento primitivo)**

El conocimiento primitivo se refiere a conocimientos previos, intuitivos, informales; es aquí donde inicia el proceso de comprensión.

**Nivel 2. Image making (creación de la imagen)**

El estudiante desarrolla una imagen mental en relación a algo que está aprendiendo, por ejemplo, mientras realiza doblado de papel, piensa en la imagen o representación mental sobre lo que es la fracción.

**Nivel 3. Image having (comprensión de la imagen)**

En el momento en que el estudiante desarrolla las imágenes mentales, comienza a liberar conceptos matemáticos a partir de una necesidad de realizar acciones físicas.



**Facultad de Educación**

**Nivel 4. Property noticing (observación de la propiedad)**

En este nivel, el estudiante ya tiene la capacidad de asociar las imágenes mentales con las propiedades de esta, es capaz de relacionarlas, combinarlas, realizar distinciones.

**Nivel 5. Formalizing (formalización)**

El estudiante es capaz de abstraer las cualidades comunes de las imágenes; se familiariza con el concepto y los conceptos que se derivan de este, se presenta la adquisición de definiciones, sin embargo, el interés se mantiene en el concepto particular.

**Nivel 6. Observing (observación)**

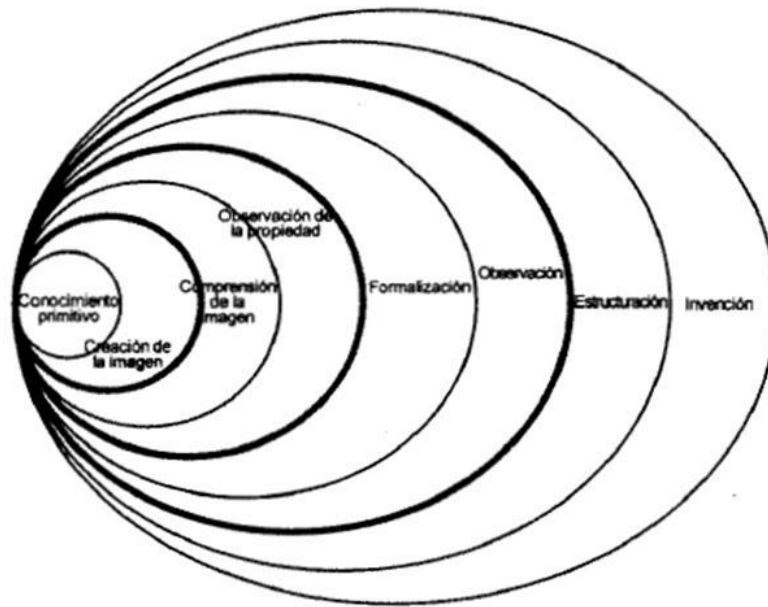
Aquí es importante tener en cuenta el pensamiento formal de la persona, el estudiante es capaz de observar, estructurar y organizar los procesos de pensamiento personales como también reconocer las ramificaciones de los procesos del pensamiento.

**Nivel 7. Structuring (estructuración)**

En este nivel, el estudiante comienza a observar la relación entre distintos sujetos; realiza ciertas preguntas sobre ideas subyacentes; axiomas y ejemplos; relaciona estas ideas a través de varios dominios y percibe la interconexión entre diversas teorías.

**Nivel 8. Inventizing (invención)**

La comprensión matemática del estudiante es infinita, imaginativa y llega más allá de la estructura actual.



*Figura 1.* Representación diagramática del modelo para la evolución de la comprensión matemática. En Modelos y teorías de la comprensión matemática: comparación de los modelos de Pirie y Kieren sobre el crecimiento de la comprensión matemática y la teoría APOE (p. 236), por D. E. Meel, 2003, México.

Los niveles de comprensión que allí se mencionan, obedecen a la necesidad de mostrar el desarrollo y comportamiento de cada estudiante a medida que va comprendiendo, esto a su vez, conlleva a una intervención más precisa por parte del docente según las necesidades presentes en cada estudiante. También hay que tener en cuenta que los niveles externos crecen desde los niveles internos.

Las principales características del modelo de Pirie y Kieren son:

- Redoblar.
- Los límites de falta de necesidad.
- La complementariedad de un proceso y la acción orientada a la forma.

La característica más importante del modelo de Pirie y Kieren sobre la comprensión es el proceso dinámico de *redoblar*, el cual consiste en la flexibilidad de concebir que un estudiante pueda avanzar o retroceder en los niveles en cuanto a un concepto matemático particular, siempre y cuando las ideas, estrategias o creencias de tipo cognitivo no le funcionen bien en un determinado momento, provocando la reexaminación de la comprensión de un nivel. (Ver figura 1.2)

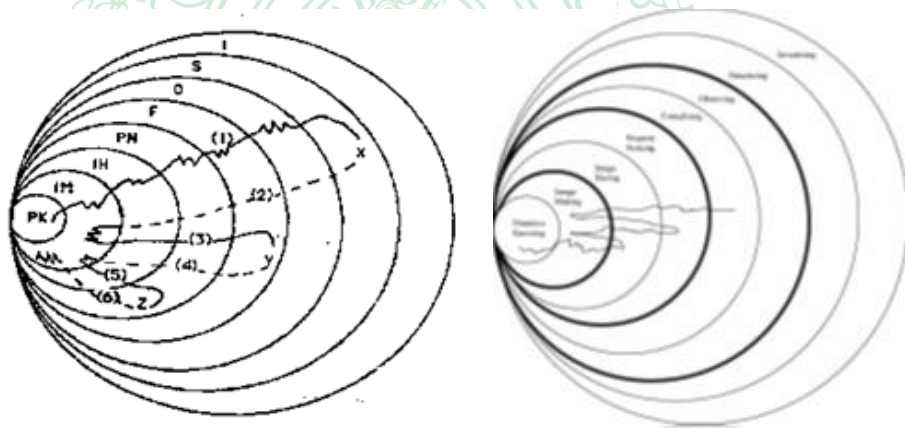


Figura 2. Representaciones diagramáticas del modelo para la evolución de la comprensión matemática con los ocho niveles, y el posible mapa de recorrido que puede hacer un estudiante, en cuanto a la comprensión de un concepto matemático, haciendo el proceso dinámico de redoblar. En *La relación inversa entre cuadraturas y tangentes en el marco de la teoría de Pirie y Kieren* (p. 15), por R. A. Londoño, 2011, Medellín.

La siguiente característica importante del modelo para la evolución de la comprensión matemática de Pirie y Kieren, tiene que ver con los llamados *límites de falta de necesidad*. Estos límites se refieren al progreso del estudiante hacia una comprensión más elaborada y estable, que no requiere necesariamente de los elementos de los niveles más bajos (Pirie &

Facultad de Educación

Kieren, 1992b). Es decir, el paso del estudiante hacia una comprensión más elaborada y estable que no requiere necesariamente los elementos de los niveles más bajos.

En el siguiente esquema (Ver figura 1.3) vemos que los límites de falta de necesidad están representados por los aros más gruesos, los cuáles son: Creación de la imagen, Observación de la propiedad y Observación.

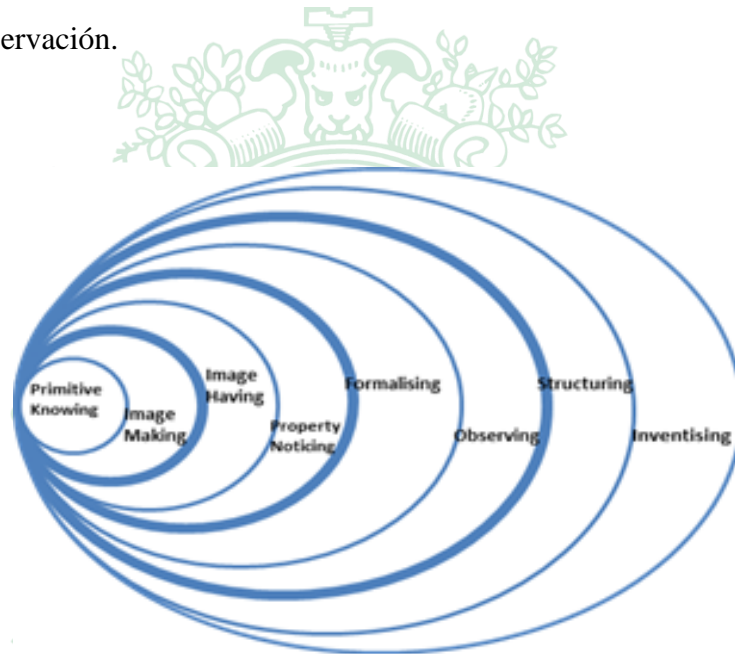


Figura 3. Una representación diagramática del modelo para la evolución de la comprensión matemática. En *La relación inversa entre cuadraturas y tangentes en el marco de la teoría de Pirie y Kieren* (p. 15), por R. A. Londoño, 2011, Medellín.

Otra característica del modelo es *la complementariedad de un proceso y la acción orientada a la forma*. Cada uno de los estratos más allá del conocimiento primitivo, contienen una complementariedad de forma y proceso, según se identifica en la figura 1.4

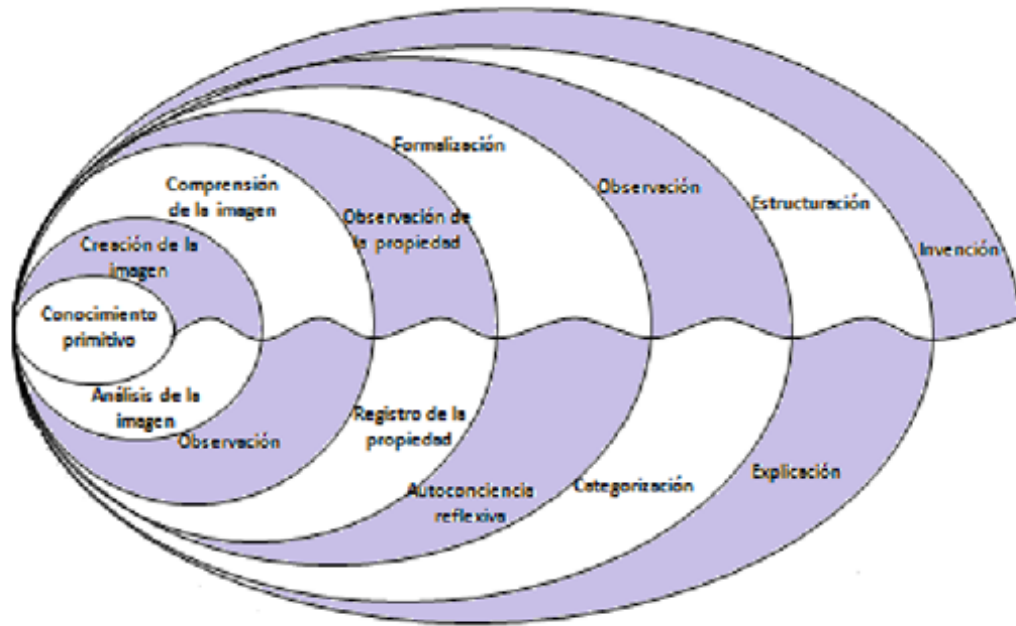


Figura 4. Los elementos complementarios del nivel interno. En *La relación inversa entre cuadraturas y tangentes en el marco de la teoría de Pirie y Kieren* (p. 21), por R. A. Londoño, 2011, Medellín.

Como se ve en la figura, en el nivel dos Pirie y Kieren explican que se debe exhibir la acción orientada a la forma para que funcione completamente un estrato.

Las complementariedades de la acción y la expresión ocurren en todos los niveles a excepción del primero y el último. Hace referencia a que los estudiantes en los demás niveles se ven en la necesidad de mostrar progresos en los niveles respectivos, los cuales se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 1. *Etiquetas propuestas por la teoría PK para las complementariedades de la acción y la expresión en cada nivel.* En *La relación inversa entre cuadraturas y tangentes en el marco de la teoría de Pirie y Kieren* (p. 17), por R. A. Londoño, 2011, Medellín.

**Facultad de Educación**

Nivel	Acción	Expresión
Primitive knowing		
Image having	Image doing	Image reviewing
Image having	Image seeing	Image saying
Property noticing	Property predicting	Property recording
Formalizing	Method applying	Method justifying
Observing	Feature identifying	Feature prescribing
Structuring	Theorem	Theorem proving
Inventising		

Estas acciones orientadas a la forma se presentan como una demostración de un agente externo que intenta determinar el nivel de comprensión en el que un estudiante se encuentra operando. Por lo tanto, la ausencia de la acción complementaria que se presenta en el nivel no demuestra que el estudiante esté trabajando en un nivel en particular (Meel, 2003).

La teoría para la comprensión matemática de Pirie y Kieren y los diferentes marcos abordados en este capítulo permiten el desarrollo de la investigación en la medida en que posibilitan analizar cómo se está dando la comprensión de los conceptos de área, perímetro y volumen en los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Alfredo Cock Arango.



## **CAPÍTULO 3**

### **3. Metodología propuesta**

En el desarrollo de esta sección explicitaremos el enfoque, el método, la selección de los participantes entrevistados y los procedimientos y técnicas utilizados en la recolección de la información.

#### **3.1 El enfoque cualitativo**

Al realizar nuestra investigación en el contexto educativo, se hace necesario el uso del enfoque cualitativo debido a que permite la recolección de información de actitudes y aptitudes que evidencian la comprensión de los estudiantes, además nos permitió realizar una investigación que produzca datos descriptivos, es decir, la conducta observable, exploraciones y los comportamientos de los estudiantes.

La investigación cualitativa se caracteriza porque utiliza preferentemente la observación y la entrevista abierta y no estandarizada, centrando su análisis en la descripción de los fenómenos que se observan (Cerdeña, 1993).

**Facultad de Educación**

El enfoque cualitativo también nos permite el desarrollo de los objetivos y el estudio en el avance de la comprensión de los conceptos área, perímetro y volumen, haciendo posible tener en cuenta el contexto de los estudiantes, sus saberes previos, las dificultades en la comprensión y así, realizar una descripción de las particularidades de los estudiantes, los cuales serán objeto de estudio en la investigación.

**3.2 Tipo de estudio**

Durante el desarrollo de la investigación y con el objetivo de presenciar el proceso de la comprensión de los conceptos de área, perímetro y volumen, se trabaja mediante el método de estudio de casos, el cual permite observar y analizar los datos y la información que se adquiere en el proceso de la investigación; Stake (1999) plantea:

Estudiamos un caso cuando tiene un interés muy especial en sí mismo. Buscamos el detalle de la interacción con sus contextos. El estudio de casos es el estudio de la particularidad y de la complejidad de un caso singular, para llegar a comprender su actividad en circunstancias importantes. (p.11)

En el estudio intrínseco de casos, el caso se escoge no porque este sea representativo o porque ilustre un problema, sino porque nos permite estudiar las particularidades que generan interés. Las particularidades de cada estudiante dieron vida a la investigación y permitieron el análisis en el avance de la comprensión de los conceptos.

Para la elección de cada uno de los casos se tuvo en cuenta la disposición, las actitudes y las aptitudes de los estudiantes con la investigación; según Stake (1999):



**Facultad de Educación**

El caso puede ser un niño. Puede ser un grupo de alumnos, o un determinado movimiento de profesionales que estudian alguna situación de la infancia. El caso es uno entre muchos. En cualquier estudio dado, nos concentramos en ese uno. (p.15)

Se seleccionaron 3 casos, con relación a los niveles de comprensión que presentaron los estudiantes y teniendo en cuenta los descriptores de cada nivel.

**3.3 Participantes**

La investigación se llevó a cabo con los estudiantes del grado sexto en la Institución Educativa Alfredo Cock Arango ubicada en el barrio Castilla del municipio de Medellín, en el departamento de Antioquia, Colombia. El proceso de selección fue el siguiente: Se observaron los avances y dificultades que presentaron los estudiantes de los diferentes grupos para la comprensión de los conceptos de área, perímetro y volumen, las fases exploratoria e investigativa fueron realizadas arbitrariamente en los grupos 6°1 y 6°2, en estos grados se observaron las dificultades que estos presentaron con los conceptos y con base en ellas se obtuvieron los descriptores para la fase final, la cual fue aplicada en el grupo 6°3 con los 18 estudiantes que lo conforman. La investigación se realizó en este grupo, debido a que sus estudiantes no habían sido permeados con las actividades anteriores y, además, presentaron interés y actitud positiva para el desarrollo de las actividades.

**3.4 Recolección de la información**

**Facultad de Educación**

Para el desarrollo de la investigación se utilizó la entrevista semiestructurada y una observación continua del proceso de los estudiantes, que dieron paso a la elaboración final de los descriptores para la comprensión de los conceptos área, perímetro y volumen.

**3.4.1 Entrevista.**

La entrevista, como lo mencionan Hernández, R. Fernández, C y Baptista, P. (2010): “se define como una reunión para conversar e intercambiar información entre una persona (el entrevistador) y otra (el entrevistado) u otras (entrevistados)” (p. 418).

La entrevista utilizada en la investigación es la entrevista semiestructurada, debido a que permite hacer preguntas adicionales con el fin de aclarar o centrar la atención en el concepto sobre el que se pretende razonar, en caso de que el estudiante se haya desconectado de los propósitos del estudio y también permite resolver dudas presentes en el desarrollo de la entrevista.

**3.4.2 Observación.**

La observación sirvió como instrumento para recolectar información sobre el contexto de los estudiantes y la forma como comprendían los conceptos de área, perímetro y volumen. Esta se dio a partir de momentos en los que se observaron las aptitudes y actitudes de los estudiantes al momento de recibir una clase de matemáticas, de resolver un problema, de entender un concepto y de responder interrogantes, todo esto con el fin de analizar los avances que se presentaron en el desarrollo de la investigación en relación a la comprensión de los conceptos de área, perímetro y volumen.

### **3.4.3 Descriptores para la comprensión.**

De acuerdo con las actividades preliminares y exploratorias realizadas y las observaciones iniciales, se diseñaron los descriptores hipotéticos los cuales se fueron modificando acorde a las observaciones que se venían presentando en la investigación. Las versiones iniciales contenían un exceso de preguntas que propiciaron el cansancio y desinterés de los estudiantes, preguntas mal redactadas que se prestaron para respuestas confusas, preguntas que los estudiantes no comprendían o preguntas con falta de información, lo que generó nuevas preguntas diseñadas para que no se presentaran estas dificultades y así poder clasificar a los estudiantes en los niveles de comprensión, dando paso a la elaboración final de los descriptores según los niveles de la teoría de Pirie y Kieren para la comprensión matemática, los cuales se muestran a continuación:

Nivel 1 (Conocimientos primitivos):

- El estudiante reconoce la representación gráfica del área, perímetro y volumen con elementos de su entorno.
- El estudiante manifiesta una idea intuitiva de dimensión.
- El estudiante reconoce objetos de su entorno relacionados con los conceptos de área, perímetro y volumen.
- El estudiante reconoce las unidades de medida.

Nivel 2 (Creación de la imagen):



**Facultad de Educación**

- El estudiante relaciona y diferencia la representación gráfica del área, perímetro y volumen.
- El estudiante reconoce la existencia de diferentes dimensiones.
- El estudiante manipula los objetos de su entorno para conocer en ellos su área, perímetro y volumen.
- El estudiante relaciona las unidades de medida con los conceptos de área, perímetro y volumen.

Nivel 3 (Comprensión de la imagen):

- El estudiante utiliza la representación gráfica para hallar el área, perímetro y volumen de una figura geométrica.
- El estudiante relaciona adecuadamente la dimensión correspondiente a los conceptos de área, perímetro y volumen con objetos geométricos.
- El estudiante usa elementos de su entorno para representar y exponer los diferentes conceptos de área, perímetro y volumen.
- El estudiante utiliza las unidades de medida correspondientes al área, perímetro y volumen.

Nivel 4 (Observación de la propiedad):

- El estudiante establece que no es necesario una representación gráfica para conocer el área, perímetro y volumen.
- El estudiante reconoce que las medidas de las magnitudes de área, perímetro y volumen son independientes en un solo objeto.

## Facultad de Educación

- El estudiante abstrae las figuras geométricas de los elementos de su entorno para hallar su área, perímetro y volumen.
- El estudiante es capaz de operar con las unidades de medida y relacionarlas con sus dimensiones.

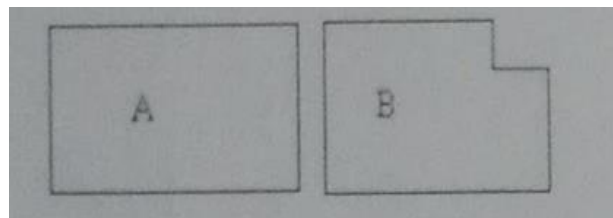
### 3.5 Ruta metodológica

Luego de la selección de los casos se dio inicio a las actividades que conforman la entrevista semiestructurada, realizando en primer lugar la fase inicial de exploración en la cual se evidenciaron las dificultades que presentaron los estudiantes en la comprensión de los conceptos de área, perímetro y volumen, para luego proceder a la fase de aplicación de la entrevista; en esta fase se realizaron diversas entrevistas que fueron utilizadas para refinar la versión final de la entrevista semiestructurada.

#### 3.5.1 Fase inicial de exploración.

Primero se realizó un acercamiento con los grupos del grado sexto de la Institución, conociendo su contexto e indagando acerca de los conocimientos que tenían de los conceptos de área, perímetro y volumen; luego de varias visitas se observó que los estudiantes presentaron dificultades en la comprensión de los conceptos y se realizó una actividad exploratoria que dio muestra de estas dificultades, por ejemplo, a la pregunta:

¿Estas dos figuras tienen el mismo perímetro? <sup>1 8 0 3</sup>



La mayoría de los estudiantes respondieron verbalmente de forma negativa, argumentando que la figura A era más grande, que la figura B tenía más lados o que a la figura B le faltaba un pedazo y por tanto tenían distinto perímetro.

Esta fue una de las preguntas que más generó dificultad en los estudiantes, debido a que les generaba controversia con sus saberes previos, por lo que también fue aplicada en la entrevista final para el grupo 6°3, sin embargo, se modificó agregando información y redactando mejor la pregunta; esto ocurrió con otras preguntas en la fase inicial de exploración las cuales fueron eliminadas o reformuladas.

### **3.5.2 Fase de aplicación de la entrevista.**

Después de aplicar las actividades exploratorias, se implementó una primera versión de la entrevista semiestructurada con 60 preguntas en el grupo 6°1, la cual presentó falencias en la forma en como estaban diseñadas las preguntas y en el exceso de estas, por lo que se dio paso a una segunda versión de la entrevista semiestructurada con 48 preguntas, aplicada en el grupo 6°2, teniendo en cuenta todas las observaciones y falencias presentadas en la primera versión, la cual tenía preguntas que no nos permitían observar e identificar en qué nivel de comprensión acorde con los descriptores se encontraba el estudiante.

Los descriptores también fueron modificados a medida que las pruebas se iban mejorando.

### **3.5.3 Fase final.**

Con base en la entrevista inicial exploratoria y las entrevistas semiestructuradas aplicadas, se dio paso a la elaboración de los descriptores, estos fueron refinados a medida que se



**Facultad de Educación**

desarrollaba la investigación en los grupos 6°1 y 6°2 para dar paso a la versión final de la entrevista semiestructurada que fue aplicada en el grupo 6°3.

Las preguntas de la entrevista semiestructurada corresponden a cada uno de los niveles para la comprensión matemática en el marco de la teoría de Pirie y Kieren, como se muestra a continuación:

Al nivel 1 corresponden las preguntas: 1, 2, 3 y 29; con estas preguntas se pretende indagar acerca de los conocimientos primitivos que tienen los estudiantes sobre los conceptos de área, perímetro y volumen, manifestando ideas intuitivas de dimensión, unidades de medida y reconociendo los elementos de su entorno.

Al nivel 2 corresponden las preguntas: 4, 5, 7, 8, 9, 15, 16, 17, 18 y 34; con estas se pretende que el estudiante manipule los objetos de su entorno para conocer en ellos su área, perímetro y volumen, relacionándolos con las unidades de medida y reconociendo la existencia de diferentes dimensiones.

Al nivel 3 corresponden las preguntas: 6, 10, 11, 12, 13, 14, 21, 22, 26, 27 y 28, con las que se pretende que el estudiante relacione adecuadamente la dimensión correspondiente a cada uno de los conceptos de área, perímetro y volumen y, además, utilice la representación gráfica de una figura geométrica y las unidades de medida para hallar el área, perímetro y volumen.

Al nivel 4 corresponden las preguntas: 19, 20, 23, 24, 25, 30, 31, 32, 33 y 35; éstas pretenden que el estudiante establezca que no es necesario una representación gráfica para conocer el área, perímetro y volumen de una figura y, además, que reconozca que las medidas de las magnitudes de área, perímetro y volumen son independientes en un solo objeto.

A continuación, se presenta la entrevista semiestructurada:

### Entrevista

Lee cuidadosamente cada pregunta y responde o selecciona la respuesta correcta.

1. ¿Crees que podrías calcular el volumen de las siguientes figuras?

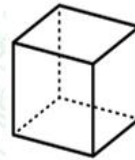
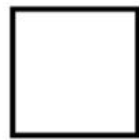


Figura 6. Ilustración para identificar el volumen. Elaboración propia.

2. A continuación, observarás 3 figuras.

Nota: Los cuadrados que conforman la figura son iguales.

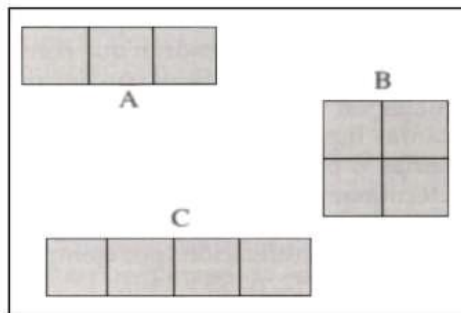


Figura 7. Ilustración para identificar el área. Elaboración propia.

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

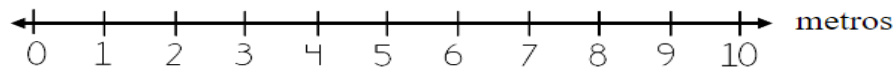
- La figura C tiene la misma área que la figura B
- La figura A tiene la misma área que la figura C
- La figura B tiene la misma área que la figura A
- Las tres figuras tienen la misma área.

**Facultad de Educación**

3. Rosita calculó el perímetro de varios objetos y obtuvo las siguientes medidas:

- 10 cm
- 9 cm
- 2 m
- 5 m

Ubica las medidas en la siguiente recta numérica para que Rosita pueda observar cuáles figuras tienen mayor o menor perímetro.



*Figura 8. Ilustración de recta numérica.*

4. Observa los objetos que se presentan en el aula de clase y menciona cuáles de ellos se relacionan con los conceptos:

- Área
- Perímetro
- Volumen

Nota: Tenga en cuenta que el perímetro de una figura es la suma de las longitudes de todos sus lados, esta es unidimensional (una dimensión). El área es la medida de la superficie comprendida dentro de una figura que tiene perímetro, es una superficie bidimensional (dos dimensiones). El volumen es el espacio que ocupa un cuerpo, posee tres dimensiones: alto, ancho y largo.

5. ¿Las siguientes figuras tienen el mismo perímetro? Justifica tu respuesta

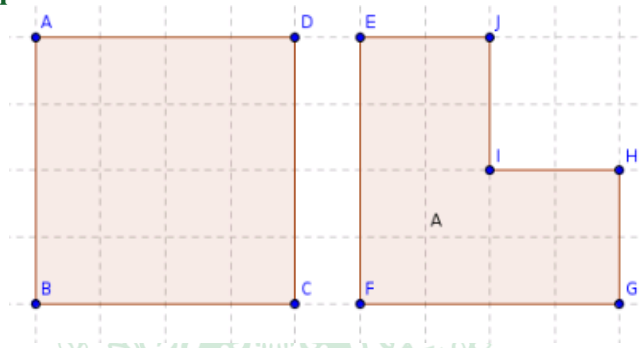


Figura 9. Ilustración para identificar el perímetro. Elaboración propia.

6. En la siguiente tabla, encontrarás números acompañados de diferentes unidades de medida.

Deberás marcar con una X la casilla a la cual corresponden cada una de esas unidades de medida, ya sea al perímetro, al área o al volumen.

Tabla 2. *Unidades de medida.* Elaboración propia.

Medida	Perímetro	Área	Volumen
20 m			
30 cm <sup>2</sup>			
1.5 litros			
80 km			
15 m <sup>3</sup>			
7 ml			

### Actividad “Juega con el hilo”

Para realizar un acercamiento al concepto de perímetro se realizará la actividad “**Juega con el hilo**”, en la que se le dará a cada estudiante un hilo de aproximadamente 30 centímetros y deberá formar las siguientes figuras:

- Círculo
- Cuadrado



Facultad de Educación

- Rectángulo
- Triángulo
- Rombo
- Trapecio

Después de realizar estas figuras con el hilo, deben realizar también la figura que ellos deseen o imaginen, luego se entrará a explicar lo que es el concepto de perímetro y se utilizará como ejemplo las figuras que ellos elaboraron.

Luego de realizar la actividad, responderán las preguntas 7,8 y 9.

7. ¿Qué relación tiene el perímetro con la figura que formaste?
8. ¿Qué relación tiene el área con la figura que formaste?
9. ¿Qué relación tiene el volumen con la figura que formaste?

Con estas preguntas se pretende que el estudiante identifique que una figura plana no posee volumen.

Construyendo nuevamente las mismas figuras, se les mostrará que si bien el tipo de figura cambia, todas tienen el mismo contorno y por lo tanto tendrán el mismo perímetro.

Después de que los estudiantes tengan el acercamiento al concepto de perímetro se introducirá el concepto de área, para esto se llevará a cabalidad la actividad “**veo y aprendo**” en la cual usaremos la puerta del salón de clases ya que es un elemento que los estudiantes observan diariamente y permite que éstos interioricen y se apropien de los conceptos. Se escribirán en papel reciclable las palabras “área” y “perímetro” (intencionalmente esta última en un rectángulo de papel muy delgado). La palabra “área” se pondrá en el centro de la puerta y la palabra “perímetro” se pondrá alrededor de la puerta, como lo muestra la figura:



Figura 10. Puerta del salón para actividad “veo y aprendo”. Elaboración propia.

Con esta actividad se introducirá el concepto de área y se mostrarán las diferencias y relaciones que tienen estos conceptos. Esta actividad también se puede realizar con objetos como: tablero, ventana, televisor, escritorio, cuaderno e incluso una pared del salón, la idea es que sea un objeto que los estudiantes visualicen a diario y puedan así, recordarlo y aprenderlo. Además, permitirá que la enseñanza de los conceptos de área y perímetro trascienda de la clase de matemáticas y se involucren en la cotidianidad de los estudiantes.

### Actividad “Arma tu figura”

En esta actividad se le entregará a cada estudiante una plantilla de figuras geométricas, en la que deberán identificar cuál es el área y cuál es el perímetro.

Nota: Recuerda que una figura bidimensional posee dos dimensiones: largo y alto (o ancho) y una figura tridimensional posee tres dimensiones: Largo, ancho y alto.

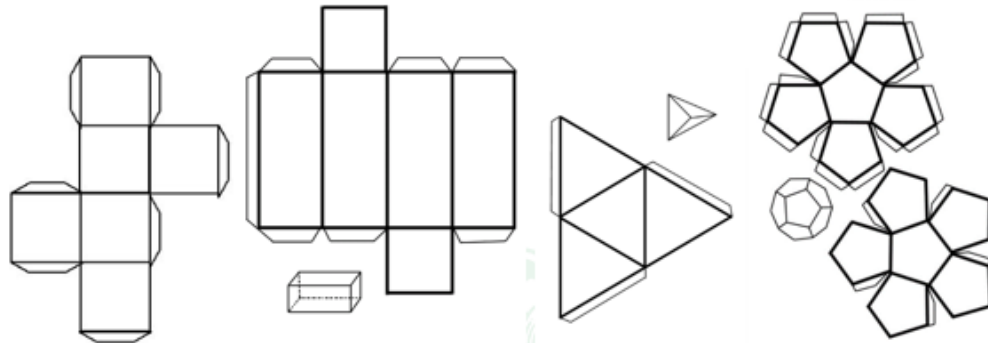


Figura 11. Plantillas para actividad “arma tu figura”. En [www.elinvernaderoactivo.com](http://www.elinvernaderoactivo.com).

Luego deberán recortar y armar la figura tridimensional, el docente le mostrará al estudiante que antes de armar la figura esta posee dos dimensiones y después de armar la figura, posee tres dimensiones, dando a conocer el concepto de volumen.

Cuando el estudiante arme y observe las figuras, deberá responder las preguntas 10 y 11

10. ¿Qué dimensiones tiene la figura que armaste?

11. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- a. Armaste una figura tridimensional a partir de una figura unidimensional.
- b. Armaste una figura tridimensional a partir de una figura bidimensional.
- c. Armaste una figura tridimensional a partir de una figura tridimensional.
- d. Armaste una figura bidimensional a partir de una figura unidimensional.

**Facultad de Educación**

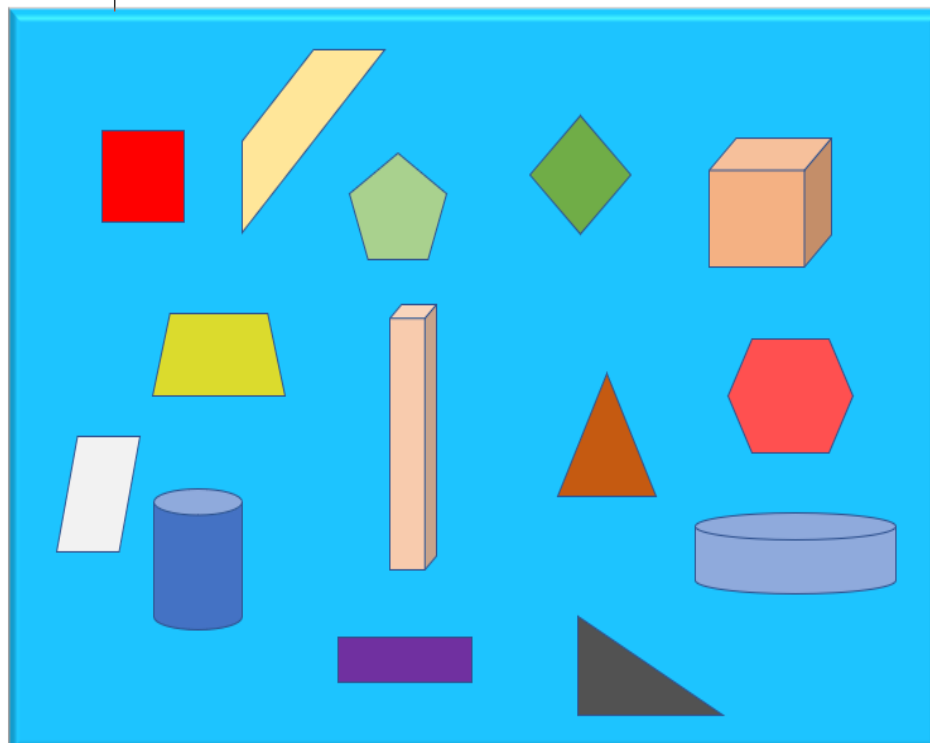
Se les dará la siguiente ficha a los estudiantes, para que puedan asimilar y fácilmente aprender las diferentes dimensiones que están relacionadas con los conceptos.



*Figura 12.* Ficha sobre dimensiones. Elaboración propia.

**Actividad “Pecera geométrica”**

La actividad “Pecera geométrica” consiste en una pecera llena de diferentes figuras geométricas con las que el estudiante deberá responder las preguntas 12, 13 y 14.



*Figura 13.* Pecera geométrica. Elaboración propia.



Facultad de Educación

12. ¿Cuántas figuras representadas en la pecera tienen volumen? Señalarlas con un círculo

13. ¿Cuántas representadas en la pecera tienen área? Señalarlas con un cuadrado

14. ¿Cuántas representadas en la pecera perímetro? Señalarlas con un triángulo

**Actividad “crea tu medida”**

Para tener un acercamiento a las unidades de medida y que el estudiante pueda reconocerlas fácilmente, se dará inicio a la actividad llamada “**crea tu medida**” la cual consiste en tomar un elemento u objeto del contexto y hallar su perímetro, área o volumen utilizando métodos diferentes a la regla, el metro u otros; un ejemplo podría ser: medir el perímetro del tablero con las manos (32 cuartas) de manera que el estudiante empiece a identificar y a reconocer unidades asociadas a los conceptos.

Después de realizar la actividad, se responden las preguntas 15, 16, 17 y 18

15. ¿Qué objeto mediste?

16. ¿Mediste el área, el perímetro o el volumen de la figura?

17. ¿Con qué lo mediste?

18. ¿Qué medida obtuviste?

**Actividad “Construye figuras”**

19. En la siguiente cuadrícula dibuja una figura que tenga  $\text{área}=35 \text{ m}^2$ , una que tenga  $\text{perímetro}=23\text{m}$  y otra que tenga  $\text{volumen}=8 \text{ m}^3$ .

## Facultad de Educación

Nota: Cada cuadrado tiene de lado 1 m y solo podrás trazar sobre el contorno de los cuadrados.

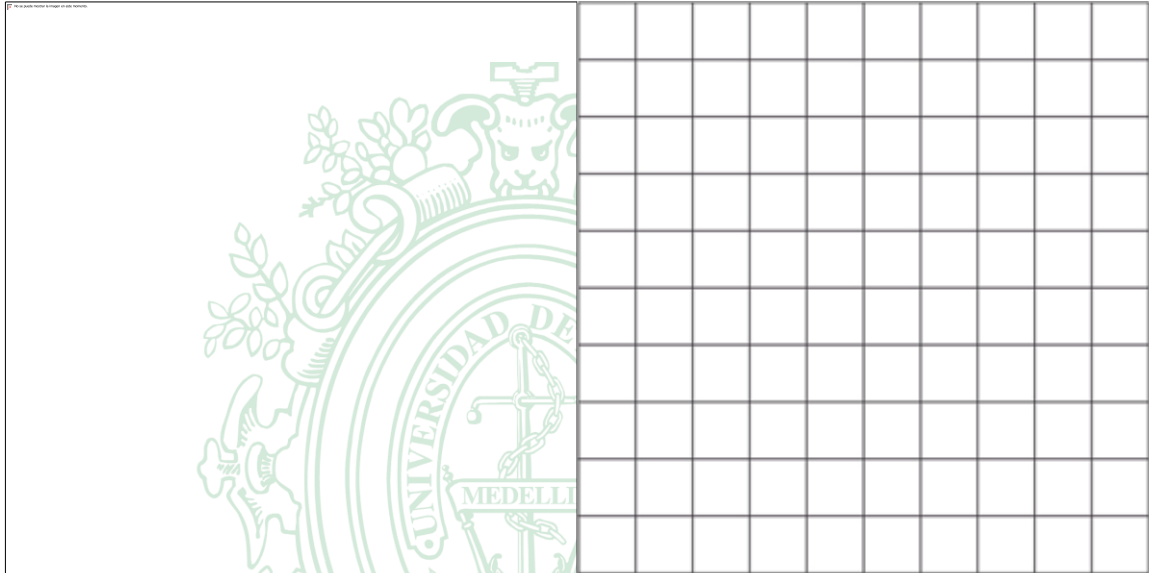


Figura 14. Cuadrícula. Elaboración propia.

### 20. El problema de Galileo.

Un pueblo tiene dos plazas A y B; el perímetro de la plaza A es mayor que el perímetro de la plaza B; ¿cuál de las dos plazas tiene mayor área?

En las preguntas 21, 22, 23, 24 y 25 encontrarás dos cuadros en los que debes dibujar figuras geométricas, según las condiciones dadas en cada una.

21. La segunda figura tendrá mayor perímetro y mayor área que la primera.

Tabla 3. *Tabla para realizar la pregunta número 21.* Elaboración propia.



**Facultad de Educación**

Figura 1 Área= Perímetro=	Figura 2 Área= Perímetro=

22. La segunda figura tendrá menor perímetro y menor área que la primera.

Tabla 4. *Tabla para realizar la pregunta número 22.* Elaboración propia.

Figura 1 Área= Perímetro=	Figura 2 Área= Perímetro=

23. La segunda figura tendrá igual perímetro y mayor área que la primera.

Tabla 5. *Tabla para realizar la pregunta número 23.* Elaboración propia.



**Facultad de Educación**

Figura 1 Área= Perímetro=	Figura 2 Área= Perímetro=

24. La segunda figura tendrá mayor perímetro e igual área que la primera.

Tabla 6. *Tabla para realizar la pregunta número 24.* Elaboración propia.

Figura 1 Área= Perímetro=	Figura 2 Área= Perímetro=

25. La segunda figura tendrá menor perímetro y mayor área que la primera.

Tabla 7. *Tabla para realizar la pregunta número 25.* Elaboración propia.



**Facultad de Educación**

<p>Figura 1 Área= Perímetro=</p>	<p>Figura 2 Área= Perímetro=</p>

Por último, se les pidió a los estudiantes que compartan sus respuestas y si encontraron algún caso en la que no fue posible hallar las figuras. Luego, el docente mostrará un ejemplo de cada uno de los casos y se les mostrará a los estudiantes que no existe una relación directa entre el área y el perímetro, es decir, un mayor perímetro no implica una mayor área.

**Actividad “crea y aprende”**

Para conceptualizar y mejorar en los estudiantes la idea de dimensión que tienen en cuanto a las figuras geométricas, se realizará la actividad llamada **“crea y aprende”**, esta actividad consiste en realizar figuras geométricas con materiales de su entorno, incluso reciclables, como lo son: cartón paja, foami (o etilvinilacetato), papel, botellas plásticas, cartones de refrescos, caja de cartón, entre otros objetos de fácil acceso y que los estudiantes hayan tenido contacto con ellos en muchos momentos de su vida cotidiana, además se requerirá de tijeras, pegante o cinta y un lápiz. Con estos materiales se pretende construir figuras geométricas, ya sean planas o con dimensión 3d, y así poder observar las diferentes dimensiones presentes, tanto en las figuras como en otros espacios (salón, parque, hogar, biblioteca, etc.)

**Facultad de Educación**

Luego, deberá responder las preguntas 26, 27 y 28

26. ¿A cuáles de las figuras que armaste les podrías hallar el área? ¿Por qué?



27. ¿A cuáles de las figuras que armaste les podrías hallar el perímetro? ¿Por qué?

28. ¿A cuáles de las figuras que armaste les podrías hallar el volumen? ¿Por qué?




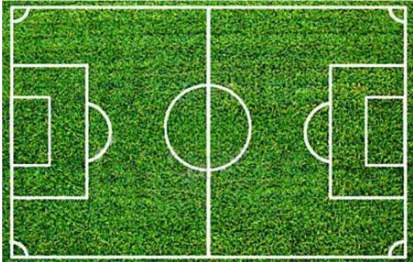
**Actividad “Tabla de representaciones”**

29. A continuación, observarás una tabla que contiene imágenes, al lado de cada imagen deberás colocar la magnitud que objeto tiene (área, perímetro, volumen) o si cumple con varios de estos.

Tabla 8. *Tabla de representaciones*. Elaboración propia.

IMAGEN	MAGNITUD
	
	

Facultad de Educación

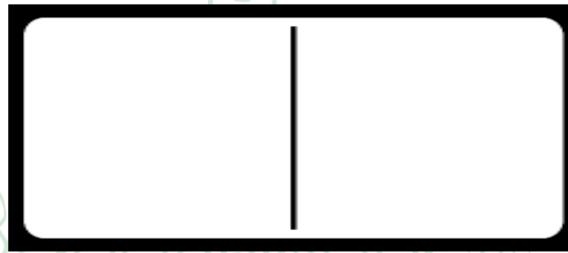
	
	
	
	
	

**Actividad “dominó geométrico”**

Con el objetivo de que los estudiantes relacionen las figuras geométricas con sus correspondientes fórmulas utilizadas para hallar el área, el perímetro o volumen junto con sus

## Facultad de Educación

unidades de medida, se construirá una adaptación del conocido juego: “dominó”. Esta actividad se llamará “**dominó geométrico**”. El dominó se construirá con cartulina, cartón u algún otro material que pueda ser reciclable. Las fichas se deben realizar dibujando rectángulos y posteriormente recortándolos y así tener un aspecto similar al de la siguiente imagen:



*Figura 15.* Ficha dominó. Elaboración propia.

En un lado del rectángulo se pondrán diferentes figuras geométricas e incluso imágenes que se observan en la vida cotidiana con sus medidas (lado, ancho, altura, etc.), y en el otro lado, se pondrán diferentes fórmulas asociadas a su perímetro, área o volumen con sus correspondientes resultados. La idea del juego es que el estudiante interactúe a partir del juego con cálculos matemáticos, con figuras que representan un concepto o dimensión e incluso pueda relacionarlos con su contexto. Además, la aplicación de estas actividades o juegos permite una dinámica diferente en la adquisición del conocimiento de los estudiantes. Con esta actividad, se pretende que se suministre y se afiancen ciertos conceptos como aporte de información, sin embargo, no hay preguntas asociadas a la actividad.

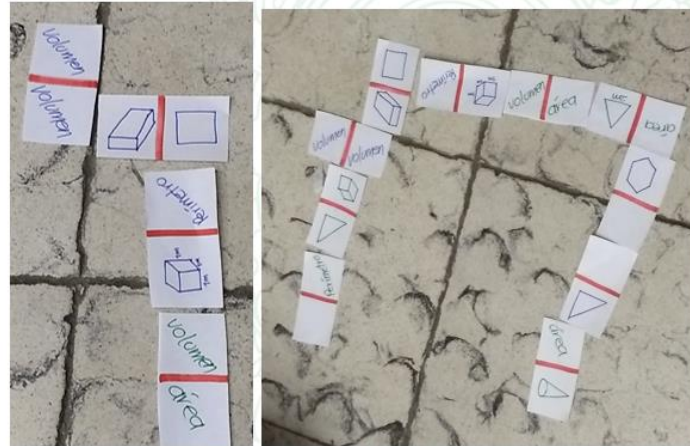


Figura 16. Juego “dominó geométrico”. Elaboración propia.

### Actividad “Tetris geométrico”

La actividad “Tetris geométrico” consiste en un tablero cuadrículado y un par de dados; cada estudiante elige un lápiz de color diferente, lanza los dados y con el número que saquen deberán realizar una figura. La figura debe tener las siguientes indicaciones:

- La figura debe ser cerrada.
- La figura solo podrá estar formada trazando líneas sobre el contorno de las cuadrículas.
- Al momento de lanzar los dados, se obtienen dos números, estos números son utilizados en las magnitudes de los lados de cada figura. Por ejemplo, si al lanzar se obtiene un 5 y un 6, se puede realizar un rectángulo de largo 5 y de alto (o ancho) 6.

El juego termina cuando los participantes se quedan sin espacio y el ganador será el jugador que haya utilizado mayor área (mayor número de cuadrados).

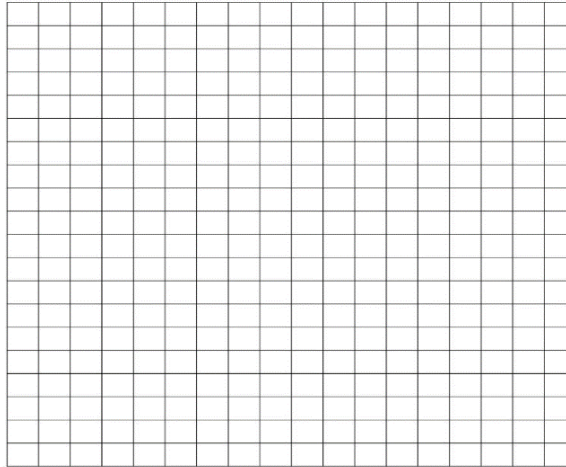


Figura 17. Cuadrícula. Elaboración propia.

Después de terminar la actividad, se responden las preguntas 30, 31, 32 y 33.

30. ¿Cuál es el área de la figura más grande que formaste?
31. ¿Qué perímetro tiene la figura más pequeña que formaste?
32. ¿Será posible halla el volumen a estas figuras? Justifica tu respuesta
33. ¿Cuál es el área total de las figuras que formaste?

En este juego, también se les pedirá a los estudiantes que a medida que van seleccionando los cuadros para realizar la figura, hallen el área de la figura que formaron. También se realizarán adaptaciones de la actividad, en las cuales el estudiante deberá lanzar los dados y con los números que obtiene deberá formar una figura que tenga como perímetro la suma de los dos números obtenidos. La actividad también se podría realizar con figuras 3d para trabajar con su volumen, utilizando operaciones básicas con los números que se obtienen en el lanzamiento de los dados.



**Actividad “versus”**

Teniendo en cuenta que los estudiantes ya tienen una idea más interiorizada de cada concepto, se realizará la actividad “versus” en la que cada estudiante tendrá en cuenta la representación gráfica de los conceptos área, perímetro y volumen, y también teniendo en cuenta objetos del contexto. En esta actividad el estudiante deberá completar la siguiente tabla, identificando qué objetos tienen área, perímetro o volumen; también podrán escribir situaciones, historias u oraciones que correspondan a cada uno de los conceptos, e incluso, pueden realizar operaciones.

34. Completa la siguiente tabla.

Tabla 9. *Tabla para actividad “versus”*. Elaboración propia.

ÁREA	PERÍMETRO	VOLUMEN
Un cuadrado tiene área	A la correa que tiene mi mamá se le puede obtener un perímetro.	El cono que me comí tiene volumen.
La rebanada de pizza tiene área.	La rebanada de pizza tiene perímetro.	



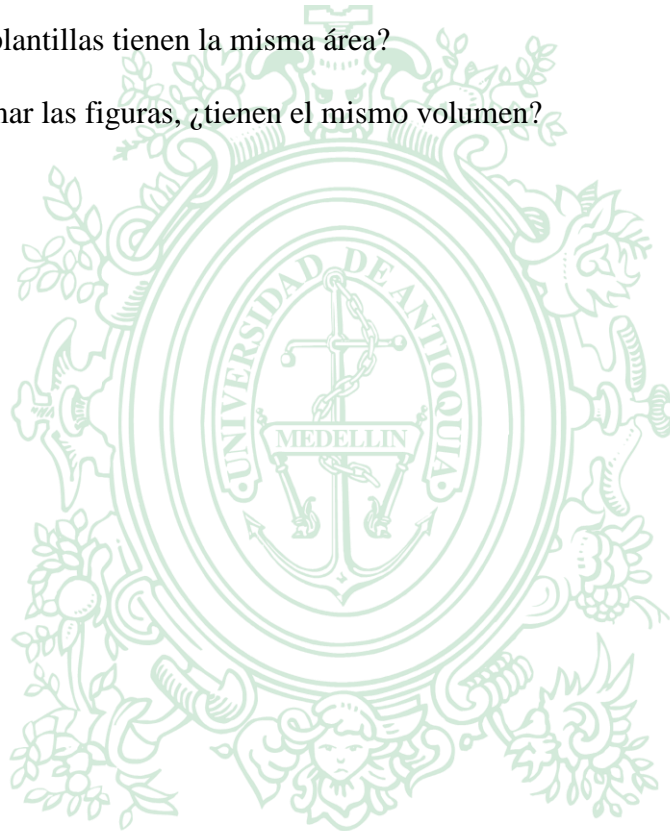
**Facultad de Educación**

35. Se les dará a los estudiantes plantillas para formar figuras en 3d; estas plantillas poseen la misma área, pero al armarlas tendrán diferente volumen, con el fin de mostrar la independencia del área superficial con el volumen.

El estudiante deberá responder:

- ¿Las plantillas tienen la misma área?

Al armar las figuras, ¿tienen el mismo volumen?



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3



## CAPÍTULO 4

### 4. Análisis del proceso de comprensión de los estudiantes

En esta sección se describirá el proceso de comprensión de los tres casos seleccionados, los cuales etiquetaremos como:

Caso 1: Esteban

Caso 2: Mateo

Caso 3: Óscar

En cada caso se hará una descripción del proceso de comprensión de cada estudiante, en la que se resaltan las características del *redoblamiento* y la *complementariedad de un proceso y la acción orientada a la forma* de la teoría para la comprensión matemática de Pirie y Kieren, debido a que estas nos permiten identificar en detalle cómo el estudiante supera las dificultades y cómo avanza en su proceso de comprensión.

La información se recolecto en las clases de matemáticas de los estudiantes utilizando grabaciones de audio, entrevistas, información escrita y observaciones, con base en esto se seleccionaron los casos que generaron interés para ser analizados en el desarrollo de la investigación. Para el análisis de la información se realizaron tablas de contenido que

Facultad de Educación

permitieron analizar de manera ordenada las preguntas y las respuestas obtenidas, seleccionando las respuestas que indicaron un avance o dificultad en la comprensión de los conceptos de área, perímetro y volumen.

4.1 Caso 1: Esteban

Esteban tiene 12 años, vive cerca de la Institución y manifestó que a veces le colabora a su padre en labores de construcción, en su tiempo libre le gusta leer, jugar fútbol y ayudar a sus hermanos con las tareas; desde el inicio mostró una gran disposición para el desarrollo de la entrevista y siempre estuvo atento a las indicaciones.

Inicialmente mostró tener ideas intuitivas sobre los conceptos de área, perímetro y volumen, pero no reconocía la independendencia entre estos conceptos, esto se evidenció al momento de llegar a la pregunta número 5 de la entrevista, en la que respondió que el perímetro era diferente porque la segunda figura era más pequeña que la primera, pero al pedirle que justificara mostró gran asombro al darse cuenta que ambas figuras tenían el mismo perímetro, respondiendo de la siguiente manera a la pregunta:

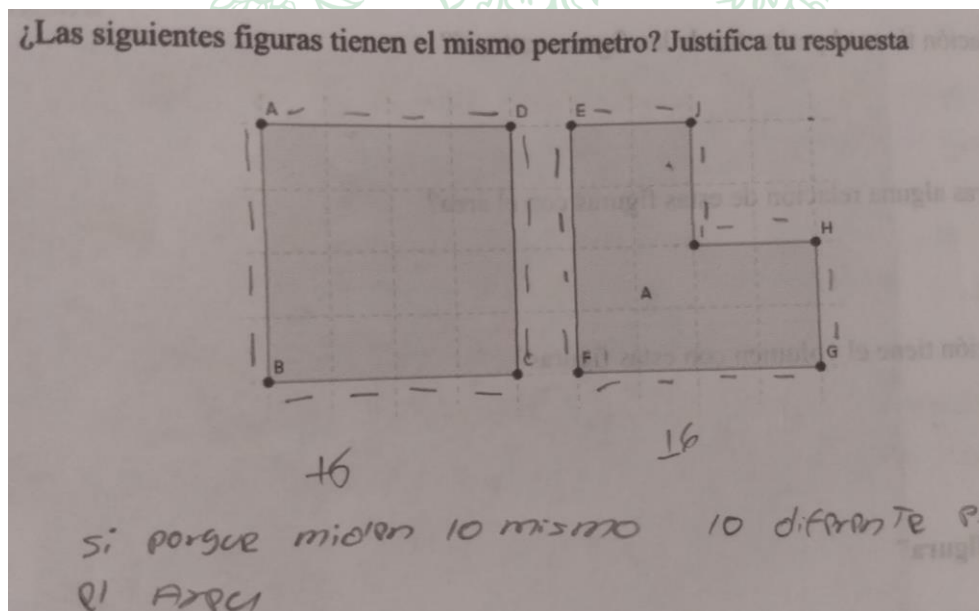


Figura 18. Respuesta de Esteban a la pregunta 5 de la entrevista semiestructurada.

Esta pregunta le generó diversas inquietudes que manifestó abiertamente, a continuación, se presenta la transcripción de audio de lo que manifestó Esteban:

“Profe, dos figuras pueden tener la misma área, ¿pero diferente perímetro?” “Entonces si me dan el área, ¿no puedo hallar el perímetro?”, evidenciando que comenzaba a comprender la independencia que tienen los conceptos de área y perímetro.

Esteban presentó *redoblamiento* en las preguntas 21, 22, 23, 24 y 25, en las que constantemente retornaba a la pregunta 5 para clarificar ideas y tomar ésta como ejemplo de la independencia de los conceptos:

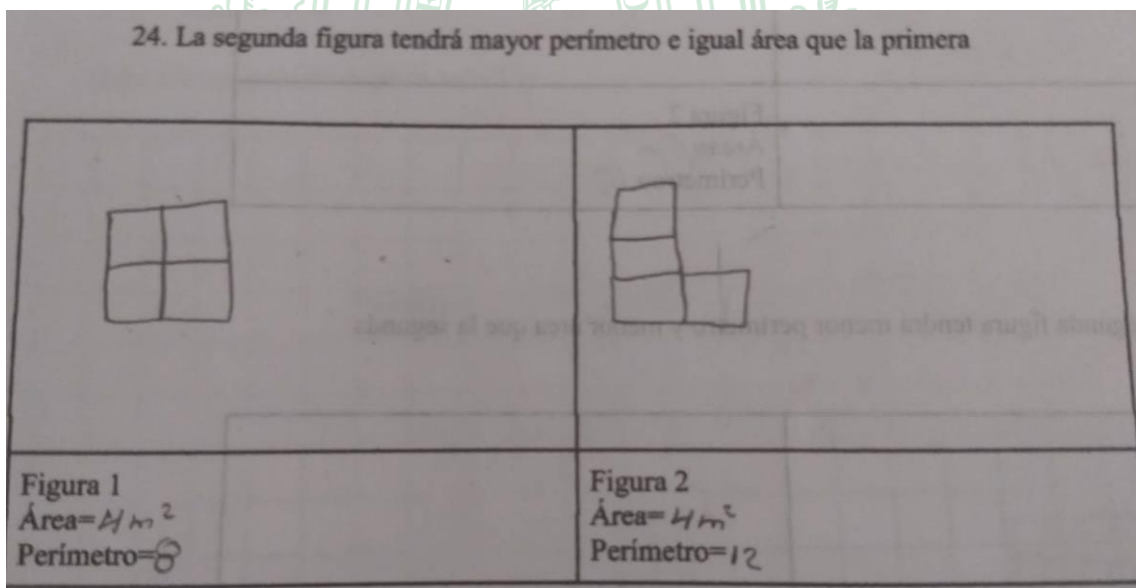


Figura 19. Respuesta de Esteban a la pregunta 24 de la entrevista semiestructurada.

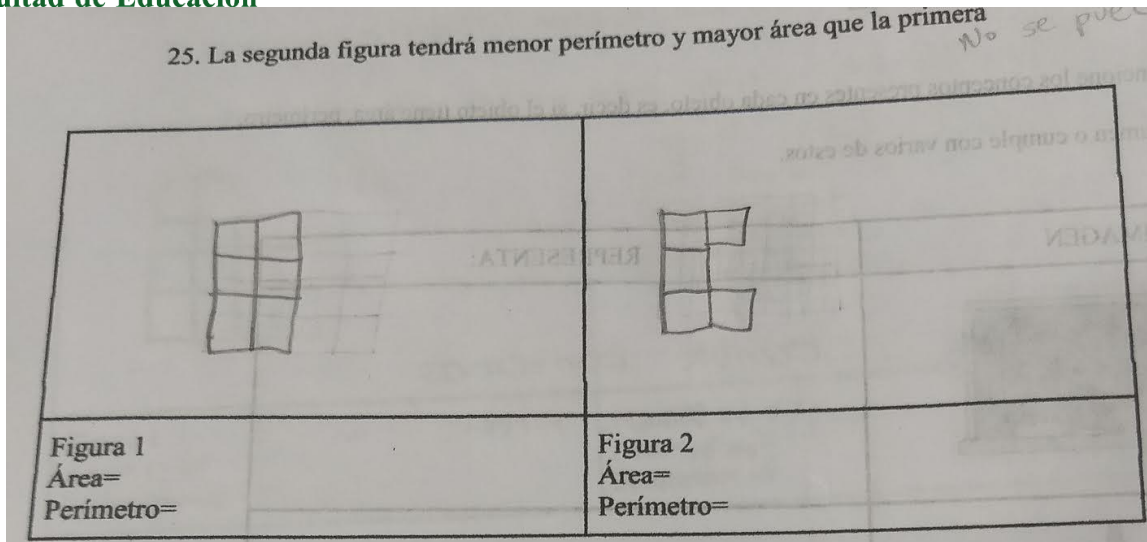


Figura 20. Respuesta de Esteban a la pregunta 25 de la entrevista semiestructurada.

Estas preguntas fueron desarrolladas correctamente por Esteban quien las explicó a los compañeros que no entendían, mostrando una fuerte apropiación conceptual.

Con el manejo de las unidades de medida se encontraba familiarizado gracias al trabajo que realiza su padre, como muestra de esto desarrolló con gran facilidad la pregunta número 6 relacionando las diferentes unidades de medida con cada concepto.

Medida	Perímetro	Área	Volumen
20 m	X		
30 cm <sup>2</sup>		X	
1.5 litros			X
80 km	X		
15 m <sup>3</sup>			X
7 ml	X		

Figura 21. Respuesta de Esteban a la pregunta 6 de la entrevista semiestructurada.

En la actividad “arma tu figura” Esteban identificó las diferentes dimensiones, tanto en la figura armada como en la plantilla, respondiendo correctamente las preguntas 10 y 11:

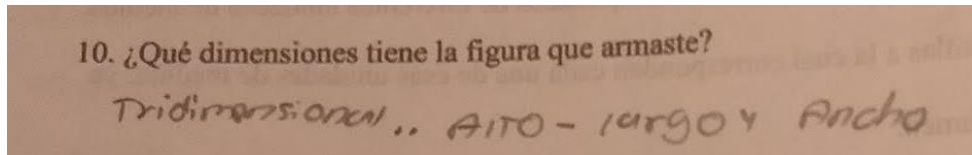


Figura 22. Respuesta de Esteban a la pregunta 10 de la entrevista semiestructurada.

Esteban tenía claro que antes de armar la figura, esta poseía dos dimensiones y luego de armarla tendría tres dimensiones, incluso especificó cuáles eran.

Además, utilizó adecuadamente los elementos de su entorno para indicar en cuáles de ellos estaban presentes los conceptos de área, perímetro y volumen. Para el área mencionó el tablero, el muro del salón, y el televisor; para el perímetro manifestó que todas las figuras con área tienen un perímetro; y para el volumen dio como ejemplo su pupitre; aunque muchos de sus compañeros indicaron el pupitre para el área o perímetro, él mencionó que no era tan delgado como para ignorar su ancho y que por lo tanto sería una buena representación para el volumen.

Acorde al desarrollo de la entrevista semiestructurada y con los descriptores para la comprensión, Esteban se ubica en el nivel 3. Aunque Esteban maneja correctamente los conceptos de área, perímetro y volumen y entiende la independencia entre estos, siempre requiere una representación gráfica para identificar los diferentes conceptos y le cuesta desprenderse de los elementos de su entorno para hallar mediante cálculos el área, el perímetro y el volumen, por ejemplo en la pregunta número 19 no realizó las figuras, expresando: “*Profe, es que así es muy difícil, ¿cómo hago para hacerlo si no tengo la figura?*”; en cambio en la actividad “tetris geométrico” se le facilitó hallar el área, el perímetro y el volumen de las figuras porque las había dibujado:

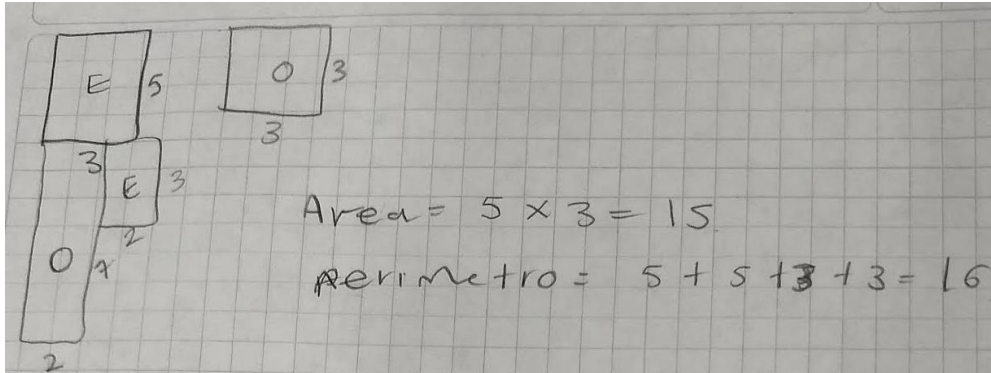


Figura 23. Ilustración de la actividad “tetris geométrico”.

Por último, Esteban manifestó que los conceptos de área, perímetro y volumen se deberían enseñar de manera independiente, debido a que no tienen relación entre ellos, por ejemplo, recuerda que en su clase de matemáticas el título fue “área y perímetro” y por esto, pensaba que guardaban una estrecha relación.

Esteban actúa en el Image seeing (ver) cuando identifica los elementos de su entorno asociados a los conceptos de área, perímetro y volumen y, expresa en el Image saying (decir) cuando explica porque cada elemento se relaciona con cada uno de los conceptos.

A continuación, se presenta el recorrido realizado por Esteban en el marco de la Teoría para la comprensión matemática de Pirie y Kieren:

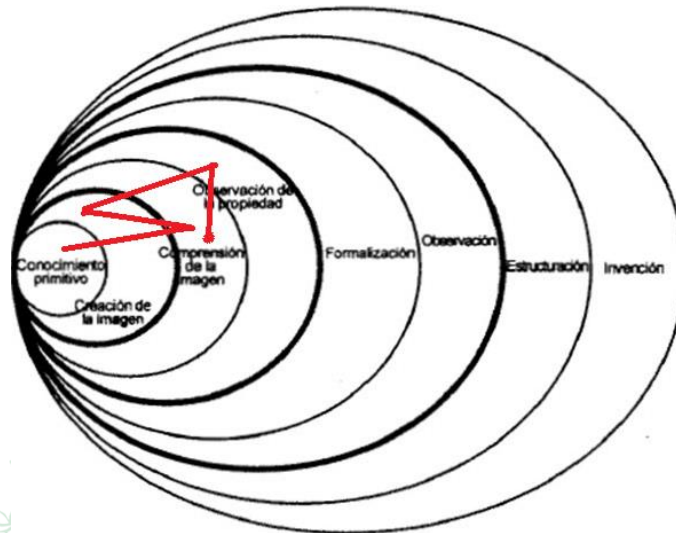


Figura 24. Mapa del recorrido realizado por Esteban en el marco de la teoría para la comprensión matemática de Pirie y Kieren. Elaboración propia.

Esteban partió desde el nivel 1 mostrando sus conocimientos primitivos acerca de los conceptos de área, perímetro y volumen, que le permitieron desarrollar la entrevista ubicándolo en el nivel 3 de la comprensión de la imagen, presentando un *redoblamiento* hacia el nivel 2 para relacionar y diferenciar la representación gráfica de los conceptos de área, perímetro y volumen; Esteban se dio cuenta que en un solo objeto estos conceptos son independientes por lo que llegó al nivel 4, sin embargo, a Esteban le cuesta desprenderse de la representación gráfica de las figuras geométricas para conocer su área, perímetro y volumen, por lo que regresa al nivel 3.

#### 4.2 Caso 2: Mateo

Mateo tiene 13 años, es un niño tímido y le cuesta expresarse, le gusta trabajar de manera autónoma, vive en un barrio cerca al colegio y en su tiempo libre le gusta escuchar música y asistir a clases de guitarra, tiene destreza para las manualidades, es creativo y le gusta interactuar con objetos de su entorno. Aunque no es de los estudiantes destacados en el área de matemáticas, comprende con facilidad las indicaciones que se dan.

Facultad de Educación

Inicialmente manifestó no recordar lo que era el área, el perímetro y el volumen, en este momento de la entrevista Mateo presentó su primer *redoblamiento*; para esclarecer lo que no recordaba debió revisar lo que había escrito en sus clases anteriores sobre los conceptos de área, perímetro y volumen.

Debido a que Mateo tiene destreza para las manualidades, se le facilitó realizar las actividades que implicaron un manejo de los elementos de su entorno o realizar construcciones, además reconocía las diferentes dimensiones presentes en sus construcciones; por ejemplo, en la actividad “crea y aprende”, Mateo relacionó correctamente los conceptos de área, perímetro y volumen a medida que construía su figura, tenía presente a cuáles de las figuras que armó le podía hallar el área o el volumen:

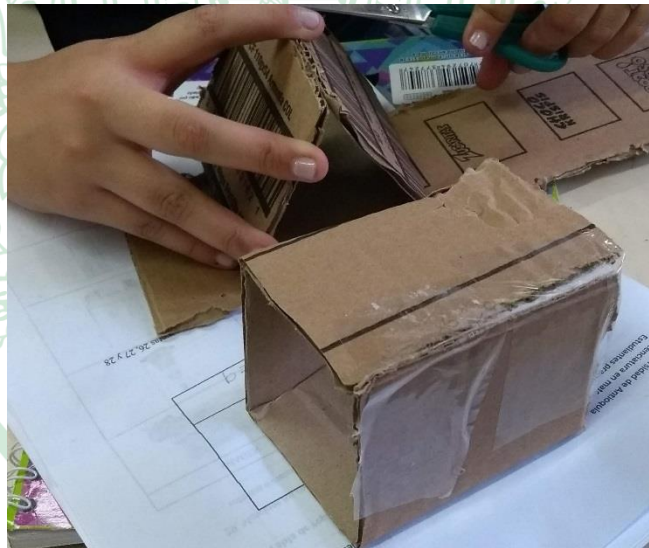


Figura 25. Ilustración de la actividad “crea y aprende”.

En las preguntas 26 y 27, Mateo expresó que las figuras con tres dimensiones ocupan un espacio y por lo tanto tienen volumen, además, mencionó que estas figuras no poseen un perímetro, a menos que solo se tenga en cuenta una cara de la figura, sucediendo lo mismo con el área.

Facultad de Educación

En la actividad “crea tu medida”, Mateo tuvo un acercamiento a las unidades de medida, relacionándolas con un concepto en específico: el perímetro, como se evidencia en las preguntas 15, 16, 17 y 18.

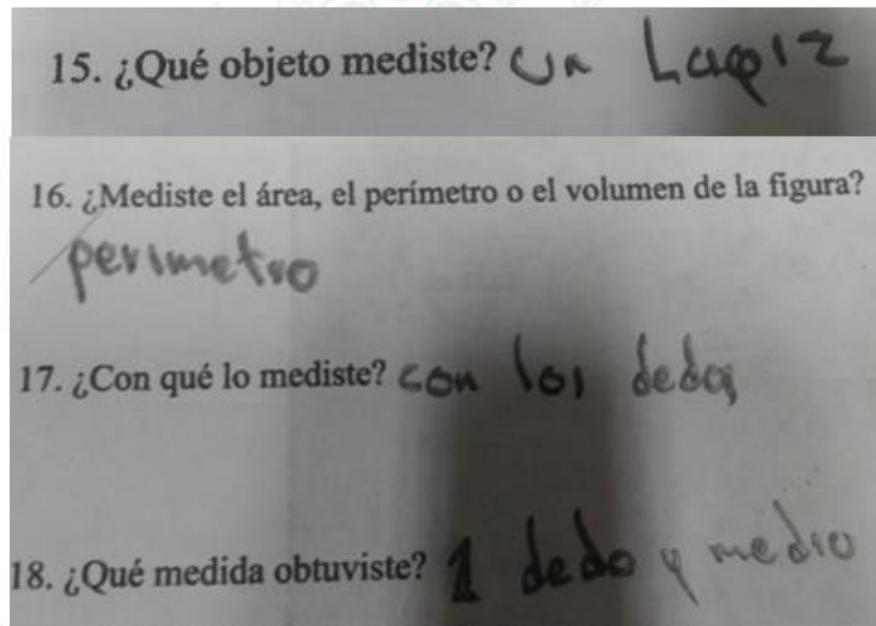


Figura 26. Respuesta de Mateo a la actividad “crea tu medida” de la entrevista semiestructurada

Se evidencia que Mateo reconoce la existencia de las diferentes unidades de medida y las relaciona con los conceptos.

En la pregunta número 34, se observa que Mateo reconoce y diferencia la representación gráfica del área, perímetro y volumen, teniendo en cuenta la existencia de dimensiones:

Actividad "versus"

34. Completa la siguiente tabla teniendo en cuenta las instrucciones del docente

ÁREA	PERÍMETRO	VOLUMEN
Un cuadrado tiene área	La correa que tiene mi mamá se le puede obtener un perímetro.	El cono que me comí tiene volumen.
La rebanada de pizza tiene área.	La rebanada de pizza tiene perímetro.	El equipo tiene volumen
El televisor tiene área	La Regla tiene perímetro	El cubo de hielo tiene volumen
La puerta de mi casa tiene Área	El lápiz tiene Perímetro	El sacapuntas tiene volumen

Figura 27. Respuesta de Mateo a la pregunta 34 de la entrevista semiestructurada.

En la pregunta número 6, se evidencia que a Mateo se le dificulta utilizar y diferenciar las unidades de medida correspondientes a cada concepto:

Medida	Perímetro	Área	Volumen
20 m		X	
30 cm <sup>2</sup>	X		
1.5 litros			X
80 km			X
15 m <sup>3</sup>	X		
7 ml		X	

Figura 28. Respuesta de Mateo a la pregunta 6 de la entrevista semiestructurada.

Facultad de Educación

Mateo se encuentra en el nivel 2, debido a que cumple con los descriptores de este nivel.

Mateo actúa en el Image doing (hacer) cuando elabora una construcción mental de los conceptos de área, perímetro y volumen y logra representarlos y, expresa en el Image reviewing (revisar) cuando explica las representaciones realizadas, en el contexto de la teoría para la comprensión matemática de Pirie y Kieren.

A continuación, se presenta el recorrido realizado por Mateo en el marco de la Teoría para la comprensión matemática de Pirie y Kieren:

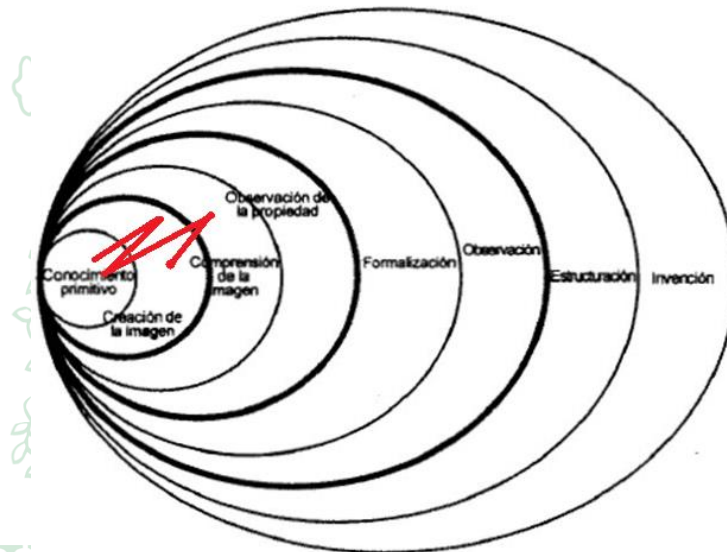


Figura 29. Mapa del recorrido realizado por Mateo en el marco de la teoría para la comprensión matemática de Pirie y Kieren. Elaboración propia.

En el primer bloque de preguntas Mateo utiliza sus conocimientos previos, lo que le permite avanzar en el desarrollo de la entrevista hacia el nivel 2, sin embargo, requiere revisar sus ideas intuitivas presentando un *redoblamiento* para continuar con la entrevista. Mateo es capaz de usar elementos de su entono para representar los diferentes conceptos de área, perímetro y volumen e identifica las dimensiones presentes en estos, lo que permite ubicarlo en





**Facultad de Educación**

el nivel 3; finalmente, Mateo regresa el nivel 2 debido a que se le dificulta utilizar las unidades de medida correspondientes a los conceptos de área, perímetro y volumen.

**4.3 Caso 3: Óscar**

Óscar tiene 14 años, se encuentra repitiendo el grado 6°, vive cerca de la Institución, le gusta jugar fútbol, asiste a las clases de Taekwondo que brinda la Institución, manifestó que no le gustan las matemáticas y los profesores por su parte, manifestaron que es un niño muy inquieto, sin embargo, desarrolló la entrevista con gran interés.

Óscar al momento de desarrollar la entrevista mostró que relaciona correctamente los conceptos de área, perímetro y volumen con elementos de su entorno, como se logra observar en la pregunta 29:

IMAGEN	REPRESENTA:
	Área y Perímetro
	Volumen
	Volumen
	Perímetro y Área

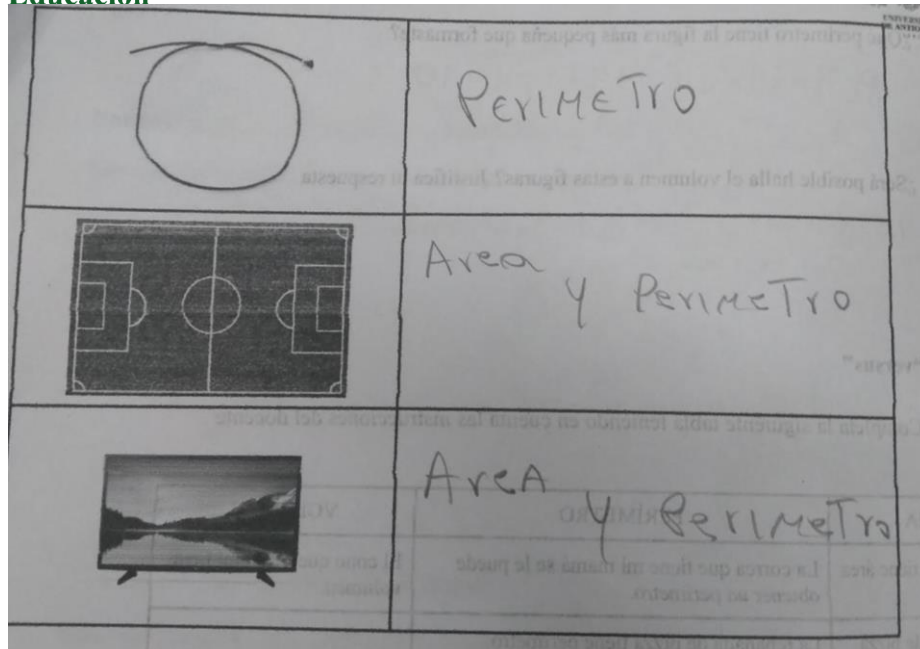


Figura 30. Respuesta de Óscar a la pregunta 29 de la entrevista semiestructurada.

Oscar tiene una idea intuitiva de lo que es la dimensión, lo que se evidencia en la pregunta número 1:

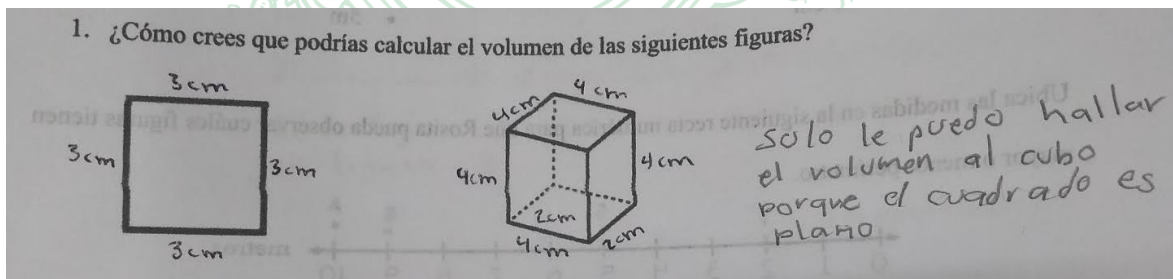


Figura 31. Respuesta de Óscar a la pregunta 1 de la entrevista semiestructurada.

Como se observa, Óscar acierta al decir que al cuadrado no se le puede hallar el volumen, debido a que es una figura plana, sin embargo, en el desarrollo de la entrevista mostró constantemente dificultades en las diferencias y relaciones de los conceptos de área, perímetro y volumen, por ejemplo, en la pregunta 5, estableció una relación directa entre los conceptos de área y perímetro.

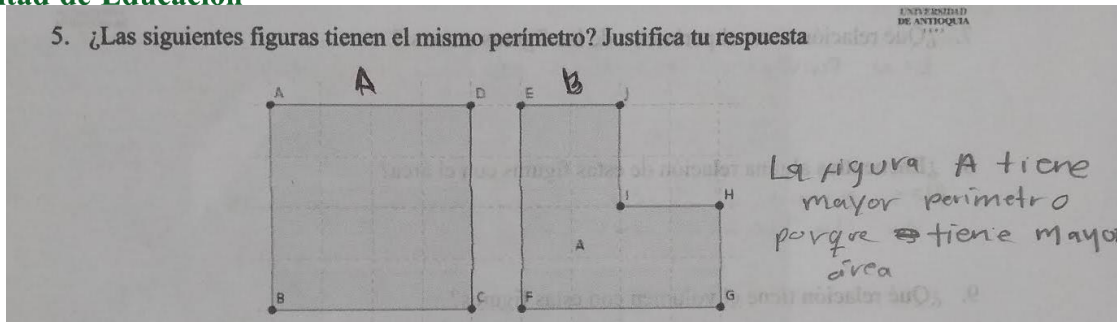


Figura 32. Respuesta de Óscar a la pregunta 5 de la entrevista semiestructurada.

Las preguntas 21,22, 23, 24 y 25 no fueron desarrolladas por Óscar, e incluso manifestó que no era posible que dos figuras tuvieran el mismo perímetro y diferente área.

Óscar se ubica en el nivel 1 acorde a los descriptores, dado que antes de aplicar la entrevista presentaba dificultades para diferenciar los conceptos de área, perímetro y volumen, por lo que fue uno de los estudiantes que más se demoraba en el desarrollo de las actividades y necesitó más acompañamiento en la entrevista, sin embargo, al finalizarla, pudo expresar ideas sobre dimensión, unidades de medida e identificar claramente estos conceptos en los elementos de su entorno, mostrando así que al momento de realizar la entrevista pudo afianzar sus conocimientos previos y esclarecer algunos errores conceptuales.

Óscar logra actuar en el Image doing (hacer) al realizar una construcción mental de los conceptos de área, perímetro y volumen y, se le dificulta expresar en el Image reviewing (revisar) debido a que no logra explicar la representación de los diferentes conceptos.

A continuación, se presenta el recorrido realizado por Óscar en el marco de la Teoría para la comprensión matemática de Pirie y Kieren:

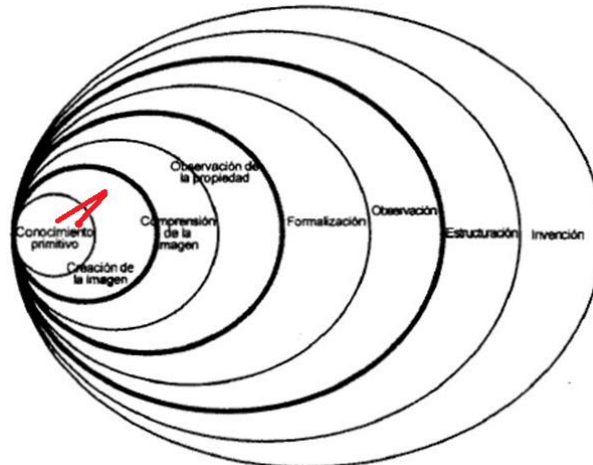


Figura 33. Mapa del recorrido realizado por Óscar en el marco de la teoría para la comprensión matemática de Pirié y Kieren. Elaboración propia.

A Óscar le costó partir de sus conocimientos primitivos, debido a que necesitó clarificar algunas ideas intuitivas sobre los conceptos de área, perímetro y volumen. Aunque Óscar presentaba indicios del nivel 2, fue necesario brindarle mucho acompañamiento y constantemente *redoblaba* hacia el nivel 1, lo que no permitió que avanzara hacia un nivel superior, sin embargo, pudo reconocer objetos de su entorno relacionados con los conceptos de área, perímetro y volumen, sus dimensiones y sus representaciones gráficas.



## **CAPÍTULO 5**

### **5. Conclusiones**

Con base en los antecedentes, se ha tenido la preocupación por la enseñanza de la educación matemática debido a que se encontraron dificultades en la comprensión de diferentes conceptos, por esto se realizaron investigaciones que buscan estrategias para lograr un avance en la comprensión matemática. En particular, nuestra investigación se centró específicamente en la geometría con los conceptos de área, perímetro y volumen; las conclusiones de esta investigación se desarrollan a partir de: la consecución de los objetivos, la respuesta a la pregunta de investigación, el diseño de la entrevista semiestructurada y las proyecciones a futuro en esta línea de investigación.

#### **5.1 Consecución de los objetivos**

Para desarrollar la investigación y aportar a la solución del problema planteado, se diseñó el siguiente objetivo general, presentado en el capítulo 1, apartado 1.3.1: Consolidar una estrategia que permita el avance en la comprensión de los conceptos área, perímetro y volumen

**Facultad de Educación**

en los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Alfredo Cock Arango. Para lograr este objetivo, fue necesario plantear la consecución de los siguientes objetivos específicos:

1. Caracterizar las concepciones y dificultades de los estudiantes frente a los conceptos de área, perímetro y volumen en relación con su contexto.

En el capítulo 2 se abordó la teoría para la comprensión matemática de Pirie y Kieren teniendo en cuenta las características de los niveles que se plantean en esta, lo cual permitió llegar al planteamiento de los descriptores hipotéticos. A partir de las observaciones y entrevistas realizadas en las diferentes fases de la investigación se fueron modificando los descriptores que permitieron caracterizar las diferentes concepciones y dificultades que presentaron los estudiantes sobre los conceptos de área, perímetro y volumen. Analizando los resultados obtenidos en la entrevista, se seleccionaron los 3 casos que generaron interés y cada uno de ellos se ubicó en un nivel de la teoría para la comprensión matemática de Pirie y Kieren, teniendo en cuenta no solo los descriptores de cada nivel, sino también su correspondencia con las características de la teoría para la comprensión matemática de Pirie y Kieren: complementariedad de un proceso y la acción orientada a la forma, y el redoblamiento.

El planteamiento de los descriptores resulta novedoso en la investigación, debido a que se diseñaron de tal manera que obedecieran a una misma línea y estructura (consistentes entre sí), pero con un grado diferente de complejidad, lo que permitió caracterizar las concepciones y dificultades que presentaron los estudiantes al momento de comprender los conceptos de área, perímetro y volumen.



2. Identificar estrategias no convencionales que permitan el avance en la comprensión de los conceptos de área, perímetro y volumen.

El diseño de la entrevista semiestructurada y su refinamiento abordado en el capítulo 3, se logró en la medida en que se modificaron los descriptores y se observaba la manera como los estudiantes reaccionaron a las diferentes versiones de la entrevista. Además, reconocer el contexto que rodeaba a los estudiantes, permitió dar significado a los diferentes conceptos de área, perímetro y volumen implementando diferentes actividades que requerían la manipulación de objetos, figuras armables, juegos y la interacción con sus compañeros y el contacto con su entorno. Con esto se logró identificar qué actividades o estrategias se podían implementar con el fin de que permitieran la comprensión de los conceptos de área, perímetro y volumen y así dar paso a la elaboración final de la entrevista semiestructurada.

Gracias al cumplimiento de los objetivos específicos, se consolidó la estrategia que permitió que los estudiantes lograran un avance en la comprensión de los conceptos área, perímetro y volumen, dando cumplimiento al objetivo general.

## **5.2 Respuesta a la pregunta de investigación**

La pregunta planteada para guiar la investigación fue: ¿Cómo propiciar el avance en la comprensión de los conceptos de área, perímetro, y volumen mediante la utilización de estrategias no convencionales y su relación con el contexto?



**Facultad de Educación**

La teoría para la comprensión matemática de Pirie y Kieren permite identificar en detalle cómo el estudiante avanza de un nivel a otro en la comprensión, para esto se realizaron los descriptores durante la investigación y fueron refinados a lo largo de esta para así, caracterizar la manera cómo los estudiantes comprendían los conceptos de área, perímetro y volumen. La entrevista semiestructurada permitió que el estudiante diera significado a los conceptos gracias a su relación con el contexto y el desarrollo de las diferentes actividades que propiciaron su avance en la comprensión.

A los estudiantes les resultó provechoso desarrollar actividades que implicaron manipular objetos de su entorno y establecer una relación con los conceptos de área, perímetro, y volumen, evidenciando como avanzaron en la comprensión y aclararon los conocimientos previos que se tenían de estos conceptos.

Con el diseño de las preguntas intencionadas de la entrevista semiestructurada desarrollada en el capítulo 3 y la estrecha relación de estas con los niveles proporcionados por la teoría para la comprensión matemática de Pirie y Kieren y los análisis que resultaron de la selección y codificación de la información, se logró propiciar el avance en la comprensión de los conceptos de área, perímetro y volumen respondiendo a la pregunta planteada en la investigación.

### **5.3 Diseño de la entrevista semiestructurada**

La entrevista semiestructurada se diseñó de tal forma que los estudiantes logran desarrollarla partiendo de sus conocimientos previos, debido a que en el avance de esta se realizaron aportes, se generaron preguntas nuevas y se resolvieron inquietudes. Al momento de elaborar la entrevista se tenía clara la intencionalidad que tenía cada pregunta y a qué nivel de los

**Facultad de Educación**

descriptores elaborados a partir de la teoría para la comprensión matemática de Pirie y Kieren correspondían. Otro de los elementos que se tuvieron en cuenta a la hora de elaborar la entrevista fue el contexto en el que está permeado cada estudiante, usando así, actividades o juegos que involucraron la manipulación de objetos de su entorno.

Además, se utilizó el análisis cualitativo que permitió relacionar la teoría para la comprensión matemática de Pirie y Kieren, la entrevista semiestructurada y la comprensión de los conceptos de área, perímetro y volumen para el estudio de cada caso.

En la investigación se logra consolidar una estrategia no convencional la cual se denomina entrevista, esta permitió que se propiciara un avance en la comprensión que tenían los estudiantes del grado 6° de la Institución Educativa Alfredo Cock Arango, por lo que se establece que el diseño de la entrevista dio paso para alcanzar el objetivo debido a que contribuyó con el desarrollo del trabajo con naturalidad y efectividad.

El desarrollo de la entrevista semiestructurada aportó diversos aspectos que se deben tener en cuenta:

- Tener en cuenta el ambiente en el que se realiza la entrevista y realizar varias clases para crear un ambiente relajado y de confianza, con el fin de que no se tenga el imaginario de que la entrevista corresponde a un examen y tener un acompañamiento durante el tiempo que dure la entrevista sin cuestionar las respuestas de los estudiantes.

**Facultad de Educación**

- Aunque cada entrevista en particular genera un diálogo entre el entrevistado y el entrevistador, se debe tener en cuenta la confidencialidad del estudiante, sus datos y que su colaboración debe ser voluntaria.
- La entrevista debe tener una estructura con la que el estudiante no se sienta aburrido o cansado; en el desarrollo de la primera versión de la entrevista se evidenció el agotamiento en muchos de los estudiantes, sin embargo, con las modificaciones que se fueron realizando se logró una entrevista amena y fluida.

**5.4 Proyecciones a futuro en esta línea de investigación**

Con la presente investigación se abre la posibilidad para otras líneas de investigación en el campo de la educación matemática, entre las cuales se propone:

- Aportar elementos teóricos que permitan continuar incentivando el uso del contexto de los estudiantes para elaborar estrategias metodológicas que permitan consolidar estrategias educativas que trasciendan de las aulas de clase, logrando una mejor apropiación de los conceptos por parte de los estudiantes.
- La entrevista semiestructurada concebida como insumo para el desarrollo de una estrategia metodológica que permita el análisis y la comprensión de diferentes conceptos en el contexto de la teoría de Pirie y Kieren.
- La posibilidad de analizar sobre cómo los estudiantes razonan y avanzan en su proceso de comprensión de los conceptos de área, perímetro y volumen en los

**Facultad de Educación**

últimos 4 niveles de la teoría para la comprensión matemática de Pirie y Kieren; y así mismo como se logró en esta investigación consolidar una entrevista semiestructurada y la elaboración de los descriptores que den cuenta del proceso de comprensión de los estudiantes.

- La posibilidad de abordar los conceptos de máximos y mínimos, en la que se desarrollen actividades similares a la denominada “juego con el hilo” o la planteada en el numeral 35 de la entrevista semiestructurada, en la que el estudiante deberá buscar la mayor área posible conservando el mismo perímetro o el mayor volumen que se puede obtener con la misma área superficial.

**5.5 Aportes a la formación docente**

El desarrollo de la investigación nos permitió participar por primera vez en una investigación educativa, formándonos como sujetos de investigación que reconocen la existencia de diferentes contextos educativos y la necesidad de pensarlos la manera en que se está enseñando la matemática.

Tener un acercamiento a un contexto educativo, permitiéndonos reconocer las dinámicas escolares y académicas que son comunes en el desarrollo de la práctica docente.

Reconocer e implementar el uso de estrategias no convencionales y la relación con el contexto a la hora de enseñar matemáticas en las aulas de clase, se convierten en agentes que posibilitan la comprensión y apropiación de diferentes conceptos.



La teoría para la comprensión matemática de Pirie y Kieren utilizada en el desarrollo de la investigación permite caracterizar los niveles de comprensión que presentan los estudiantes sobre determinado concepto, permitiendo al docente analizar cómo se está dando el proceso de comprensión y pensar en estrategias que se puedan utilizar para lograr un avance en esta.

Reconocer e implementar la entrevista semiestructurada como estrategia que permite la enseñanza de diferentes conceptos.





### Referencias

Abrate, R. S., Delgado, G. I., & Pochulu, M. D. (2006). Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática. *Revista Iberoamericana De Educación*, 39(1), 1-9. Recuperado el 11 de 11 de 2017, de <https://rieoei.org/RIE/article/view/2598>

Castrillón Quintero, J. A. (2014). *Diseño de una unidad didáctica para la enseñanza del concepto de volumen, que favorezca el aprendizaje significativo en los estudiantes del grado 9° de la I.E el Pedregal del municipio de Medellín*. Recuperado el 18 de marzo de 2018, de <http://www.bdigital.unal.edu.co/45810/1/15514399.2014.pdf>

Cerda Gutierrez, H. (1993). *Los elementos de la investigación como reconocerlos, diseñarlos y construirlos*. Quito: EL BUHO LTDA.

Corberán, R. (1996). *EL ÁREA RECURSOS DIDÁCTICOS PARA SU ENSEÑANZA EN PRIMARIA*. Recuperado el 18 de Febero de 2018, de <http://www.kekiero.es/area/ElArea.pdf>

González Molina, J. D. (2014). *Comprensión de los Conceptos de Perímetro y Área y la Independencia de sus Medidas, en el Contexto de la Agricultura del Café*. Recuperado el



Facultad de Educación

18 de Noviembre de 2017, de

[http://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/6518/1/JuanGonzalez\\_2014\\_perimet  
roarea.pdf](http://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/6518/1/JuanGonzalez_2014_perimet<br/>roarea.pdf)

Guzmán Santos, E. A. (2007). La enseñanza de la geometría (área y perímetro) en el sexto grado.

Zamora, Michoacán, México. Recuperado el 11 de 11 de 2017, de

<http://200.23.113.51/pdf/25404.pdf>

Hernández Escobar, E. F. (2016). *Estrategia para la enseñanza de los conceptos de área y de*

*volumen, utilizando como mediadores de aprendizaje el origami y las tecnologías*

*digitales*. Recuperado el 27 de marzo de 2018, de

[http://repository.udem.edu.co/bitstream/handle/11407/3502/T\\_MEM\\_35.pdf?sequence=](http://repository.udem.edu.co/bitstream/handle/11407/3502/T_MEM_35.pdf?sequence=)

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C., & Baptista Lucio, P. (2010). *Metodología de la*

*investigación*. México: McGRAW-HILL.

*Institución Educativa Alfredo Cock Arango*. (s.f.). Recuperado el Noviembre de 2017, de

<http://www.ieaca.edu.co/index.php>

Londoño Cano, R. A. (2011). *La relación inversa entre cuadraturas y tangentes en el marco de*

*la teoría de Pirie y Kieren*. Recuperado el 23 de Marzo de 2018, de

<http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/handle/123456789/31>

López Pardo, C. A., & Cardozo Sosa, A. (2011). *Estrategia Didáctica de Enseñanza para la*

*Construcción, Perímetro y Área de Polígonos, Aplicando el Modelo de Van Hiele*.

Recuperado el 11 de Noviembre de 2017, de

<http://funes.uniandes.edu.co/2593/1/LopezEstrategiaAsocolme2011.pdf>



**Facultad de Educación**

Mántica, A. M., Del Maso, M. S., Götte, M., & Marzioni, A. (2002). *La confusión entre área y*

*perímetro. Análisis de una propuesta áulica*. Recuperado el 11 de Noviembre de 2017, de

<http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol14/08Mantica.pdf>

Meel, D. (2003). Modelos y teorías de la comprensión matemática: Comparación de los modelos

de Pirie y Kieren sobre el crecimiento de la comprensión matemática y la teoría APOE.

*Revista Latinoamericana de Investigacion en Matematica Educativa*, 6(003), 221-278.

Recuperado el 22 de Marzo de 2018

Ministerio de Educación Nacional-MEN. (1998). *Lineamientos curriculares matemáticas*.

Recuperado el 11 de Noviembre de 2017, de

[https://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-89869\\_archivo\\_pdf9.pdf](https://www.mineducacion.gov.co/cvn/1665/articles-89869_archivo_pdf9.pdf)

Ministerio de Educación Nacional-MEN. (2002). *Estándares básicos de competencias*.

Recuperado el 18 de Noviembre de 2017, de

[http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021\\_recurso\\_1.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf)

Moyá Solá, T. (2002). *La comprensión de la representación del volumen por los estudiantes de la E.S.O y el bachillerato*. Recuperado el 18 de Febrero de 2018, de

<http://revistas.ucm.es/index.php/ARIS/article/view/ARIS0202220011A>

RAE, Real Academia Española. (2014). *Diccionario de la lengua española-Vigésima tercera*

*edición*. Recuperado el 23 de marzo de 2018, de <http://dle.rae.es/?id=DgIqVCc>

Rivera Quiroz, S. M. (2014). *Medida de área y volumen en contextos auténticos: Una alternativa*

*de aprendizaje a través de la modelación matemática*. Recuperado el 25 de marzo de

2018, de

[http://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/6516/1/SantiagoRivera\\_2014\\_areavo](http://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/6516/1/SantiagoRivera_2014_areavo)

[lumen.pdf](http://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/6516/1/SantiagoRivera_2014_areavo)



**UNIVERSIDAD  
DE ANTIOQUIA**

1 8 0 3

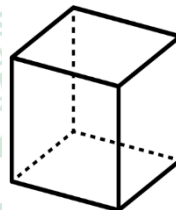
**Anexos**

**Entrevista**

**Nombre:** \_\_\_\_\_

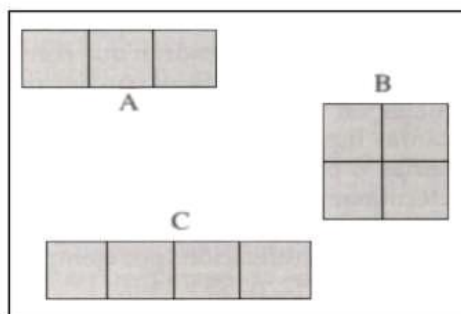
Lee cuidadosamente cada pregunta y responde o selecciona la respuesta correcta.

1. ¿Crees que podrías calcular el volumen de las siguientes figuras?



2. A continuación, observarás 3 figuras.

Nota: Los cuadrados que conforman la figura son iguales.



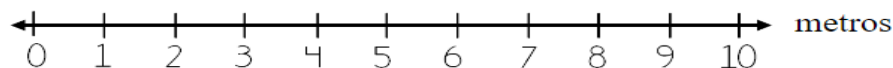
## Facultad de Educación

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

- La figura C tiene la misma área que la figura B
  - La figura A tiene la misma área que la figura C
  - La figura B tiene la misma área que la figura A
  - Las tres figuras tienen la misma área.
3. Rosita calculó el perímetro de varios objetos y obtuvo las siguientes medidas:

- 10 cm
- 9 cm
- 2m
- 5m

Ubica las medidas en la siguiente recta numérica para que Rosita pueda observar cuáles figuras tienen mayor o menor perímetro.

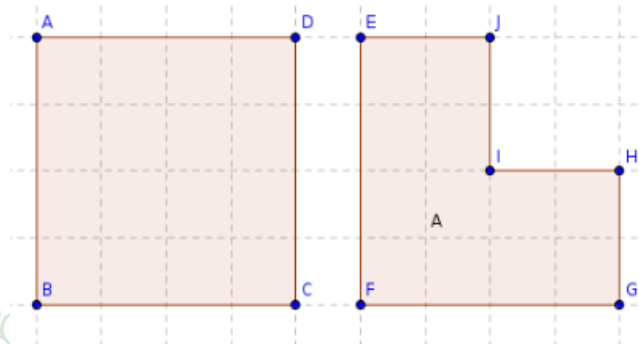


4. Observa los objetos que se presentan en el aula de clases y menciona cuáles de ellos se relacionan con los conceptos:

- Área
- Perímetro
- Volumen

Nota: Tenga en cuenta que el perímetro de una figura es la suma de las longitudes de todos sus lados, esta es unidimensional (una dimensión). El área es la medida de la superficie comprendida dentro de una figura que tiene perímetro, es una superficie bidimensional (dos dimensiones). El volumen es el espacio que ocupa un cuerpo, posee tres dimensiones: alto, ancho y largo.

5. ¿Las siguientes figuras tienen el mismo perímetro? Justifica tu respuesta



6. En la siguiente tabla, encontrarás números acompañados de diferentes unidades de medida.

Deberás marcar con una X la casilla a la cual corresponden cada una de esas unidades de medida, ya sea al perímetro, al área o al volumen.

Medida	Perímetro	Área	Volumen
20 m			
30 cm <sup>2</sup>			
1.5 litros			
80 km			
15 m <sup>3</sup>			
7 ml			

**Actividad “Juega con el hilo”**

Esperar instrucciones para realizar la actividad y responder las preguntas 7,8 y 9.



**Facultad de Educación**

7. ¿Qué relación tiene el perímetro con la figura que formaste?
8. ¿Qué relación tiene el área con la figura que formaste?
9. ¿Qué relación tiene el volumen con la figura que formaste?

**Actividad “Arma tu figura”**

Espera instrucciones para realizar la actividad, luego, responde las preguntas 10 y 11

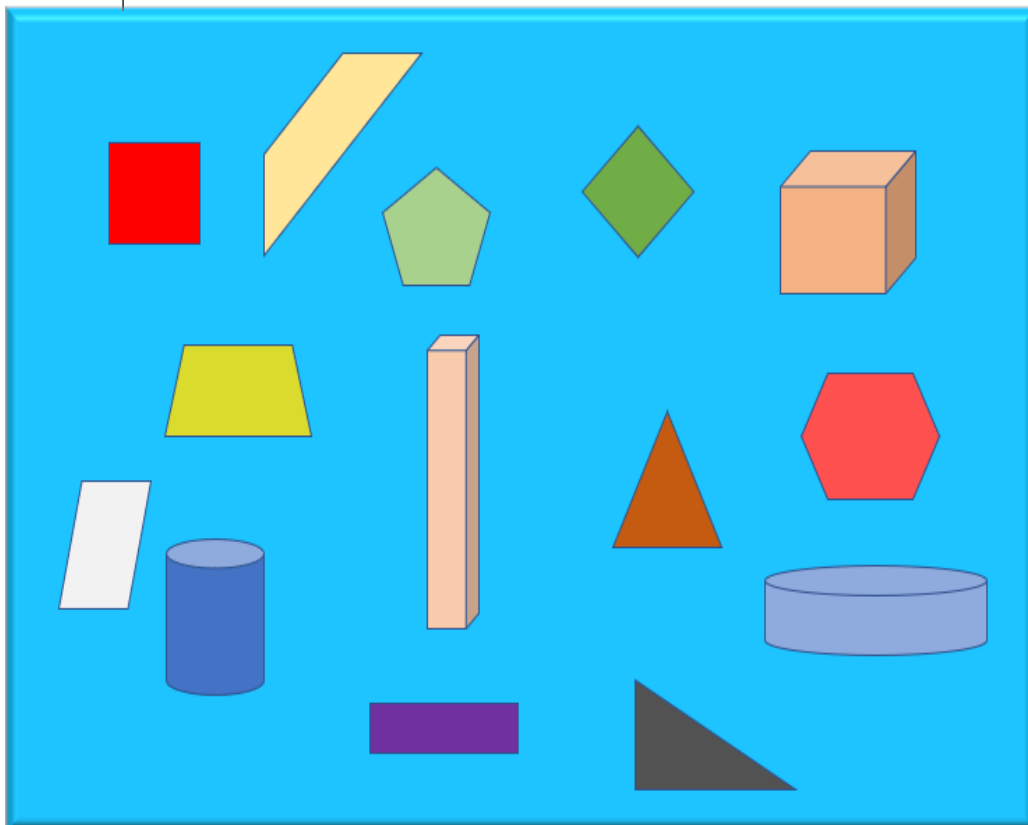
Nota: Recuerda que una figura bidimensional posee dos dimensiones: largo y alto (o ancho) y una figura tridimensional posee tres dimensiones: Largo, ancho y alto.

10. ¿Qué dimensiones tiene la figura que armaste?
11. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?
  - a. Armaste una figura tridimensional a partir de una figura unidimensional a una figura
  - b. Armaste una figura tridimensional a partir de una figura bidimensional a una figura
  - c. Armaste una figura tridimensional a partir de una figura tridimensional a una figura
  - d. Armaste una figura bidimensional a partir de una figura unidimensional a una figura

**Actividad “Pecera geométrica”**

**Facultad de Educación**

Espera instrucciones para realizar la actividad, luego, responde las preguntas 12, 13 y 14



12. ¿Cuántas figuras representadas en la pecera tienen volumen? Señalarlas con un círculo

13. ¿Cuántas figuras representadas en la pecera tienen área? Señalarlas con un cuadrado

14. ¿Cuántas figuras representadas en la pecera tienen perímetro? Señalarlas con un triángulo

**Actividad “crea tu medida”**

Espera instrucciones para realizar la actividad, luego, responde las preguntas 15, 16, 17 y 18

15. ¿Qué objeto mediste?

16. ¿Mediste el área, el perímetro o el volumen de la figura?



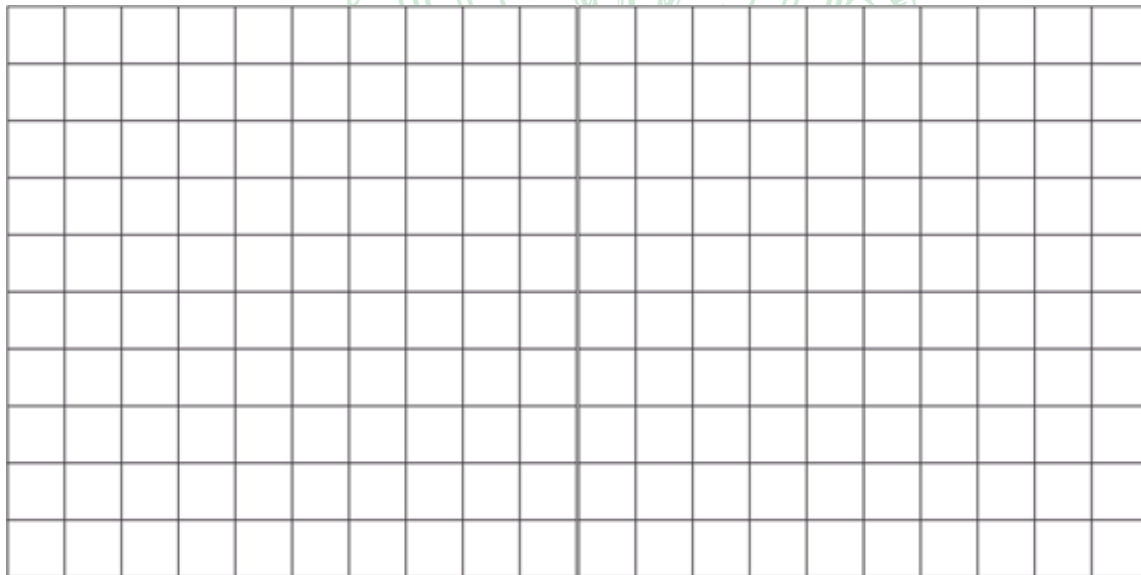
17. ¿Con qué lo mediste?

18. ¿Qué medida obtuviste?

**Actividad “Construye figuras”**

19. Dibuja una figura que tenga área= $35 \text{ m}^2$ , una que tenga perímetro= $23\text{m}$  y otra que tenga volumen= $8 \text{ m}^3$ .

Nota: Cada cuadrado tiene de lado 1 m y solo podrás trazar sobre el contorno de los cuadrados.



**20. El problema de galileo.**

1 8 0 3

“Un pueblo tiene dos plazas A y B; el perímetro de la plaza A es mayor que el perímetro de la plaza B; ¿cuál de las dos plazas tiene mayor área?”



**Facultad de Educación**

En las preguntas 21, 22, 23, 24 y 25 encontrarás dos cuadros en los que debes dibujar figuras geométricas, según las condiciones dadas en cada una

21. La segunda figura tendrá mayor perímetro y mayor área que la primera.

Figura 1 Área= Perímetro=	Figura 2 Área= Perímetro=

22. La segunda figura tendrá menor perímetro y menor área que la primera.

Figura 1 Área= Perímetro=	Figura 2 Área= Perímetro=

23. La segunda figura tendrá igual perímetro y mayor área que la primera.



**Facultad de Educación**

<p>Figura 1 Área= Perímetro=</p>	<p>Figura 2 Área= Perímetro=</p>

24. La segunda figura tendrá mayor perímetro e igual área que la primera.

<p>Figura 1 Área= Perímetro=</p>	<p>Figura 2 Área= Perímetro=</p>

25. La segunda figura tendrá menor perímetro y mayor área que la primera.

--	--

**Facultad de Educación**

Figura 1 Área= Perímetro=	Figura 2 Área= Perímetro=
---------------------------------	---------------------------------

**Actividad “crea y aprende”**

Espera instrucciones del docente para realizar la actividad, luego, responde las preguntas 26, 27 y 28

26. ¿A cuáles de las figuras que armaste les podrías hallar el área? ¿Por qué?
27. ¿A cuáles de las figuras que armaste les podrías hallar el perímetro? ¿Por qué?
28. ¿A cuáles de las figuras que armaste les podrías hallar el volumen? ¿Por qué?

**Actividad “Tabla de representaciones”**

29. A continuación, observarás una tabla que contiene imágenes, al lado de cada imagen deberás colocar si el objeto tiene área, perímetro, volumen o cumple con varios de estos.

IMAGEN	REPRESENTA:
	



Facultad de Educación

	
	
	
	
	UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA MEDELLIN
	1 8 0 3



**Actividad “dominó geométrico”**

Espera instrucciones del docente para realizar la actividad.

**Actividad “Tetris geométrico”**

Espera instrucciones del docente para realizar la actividad, luego, responde las preguntas 30, 31, 32 y 33.

- 30. ¿Cuál es el área de la figura más grande que formaste?
- 31. ¿Qué perímetro tiene la figura más pequeña que formaste?
- 32. ¿Será posible halla el volumen a estas figuras? Justifica tu respuesta
- 33. ¿Cuál es el área total de las figuras que formaste?

**Actividad “versus”**

34. Completa la siguiente tabla teniendo en cuenta las instrucciones del docente.

ÁREA	PERÍMETRO	VOLUMEN
Un cuadrado tiene área	A la correa que tiene mi mamá se le puede obtener un perímetro.	El cono que me comí tiene volumen.



**Facultad de Educación**

La rebanada de pizza tiene área.	La rebanada de pizza tiene perímetro.	

35. Con las plantillas que se te entregó, deberás armarlas según las instrucciones dadas y responder:

- ¿Las plantillas tienen la misma área?
- Al armar las figuras, ¿tienen el mismo volumen?



Consentimiento



**INSTITUCIÓN EDUCATIVA ALFREDO COCK ARANGO**  
**Resolución de Creación: 16237 del 27 de Noviembre de 2002**  
Cra. 72 No. 99-55. Teléfonos: 2671190, 2677552  
NIT: 811-039431-2. DANE: 105001000795  
Página web: [www.ieaca.edu.co](http://www.ieaca.edu.co)



**“LIDERANDO PROCESOS DE FORMACIÓN Y CALIDAD HUMANA”**

**Consentimiento de participación en el proyecto de investigación.**

Yo *René Alejandro Londoño Cano* autorizo la participación de los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Alfredo Cock Arango en la investigación **“Comprensión de los conceptos área, perímetro y volumen mediante estrategias no convencionales y su relación con el contexto”** que es conducida por las estudiantes *Vanessa Angélica Cartagena Montoya, Sara Daniela Díaz Rave y Carolina Hernández Córdoba*, estudiantes de Licenciatura en Matemáticas y Física de la Universidad de Antioquia. La participación de los estudiantes es voluntaria y pueden decidir no participar o dejar de participar en cualquier momento sin dar ninguna razón y sin sufrir ninguna penalización.

**Propósito de la investigación:** Consolidar una estrategia que permita el avance en la comprensión de los conceptos área, perímetro y volumen en los estudiantes de grado sexto de la Institución Educativa Alfredo Cock Arango.

**Beneficios:** El ser participante de esta investigación puede apoyar la investigación en Educación Matemática.

**Procedimiento:** Los participantes en este estudio serán observados en clase y entrevistados.

**Riesgos:** No hay riesgos asociados a la participación en este estudio.

**Confidencialidad:** Cualquier resultado de este estudio que pueda dar pistas acerca de la identificación del participante será confidencial. La información será guardada y solo se permitirá el acceso para fines académicos. Toda la información recolectada en este estudio será confidencial, solo seudónimos serán usados para escribir el informe final.

Entiendo que firmando esta autorización estoy de acuerdo en que los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Alfredo Cock Arango hagan parte de esta investigación.

Este consentimiento se firma el día 21 de marzo del 2018.

**RENÉ ALEJANDRO LONDOÑO CANO**  
Rector