

ELEMENTOS DIFRACTIVOS CON PROFUNDIDAD DE FOCO EXTENDIDO APLICADOS A SISTEMAS AUTOMÁTICOS DE FORMACIÓN DE IMÁGENES

EDWAR ALFONSO CASTAÑEDA ZAPATA

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUTO DE FÍSICA

MEDELLÍN

2017

ELEMENTOS DIFRACTIVOS CON PROFUNDIDAD DE FOCO EXTENDIDO APLICADOS A SISTEMAS AUTOMÁTICOS DE FORMACIÓN DE IMÁGENES

EDWAR ALFONSO CASTAÑEDA ZAPATA

Trabajo de investigación para optar el título de Magister en Física

Director:

Dr. RODRIGO HENAO HENAO

Doctor en Física

Línea de investigación:

Óptica Difractiva

UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA

FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

INSTITUTO DE FÍSICA

MEDELÍN

2017

AGRADECIMIENTOS

Agradezco en primer lugar al profesor Rodrigo Henao por permitirme a través de sus enseñanzas y aportes realizar el presente trabajo. Gracias por asumir este reto y enseñarme a dar los primeros pasos en la rama de la óptica.

Al Instituto de Física y al Grupo de Óptica y Fotónica por facilitarme los medios y espacios para la realización de cada una de las actividades de este trabajo.

También quiero aprovechar para dar un GRACIAS al colega Walter Torres por sus valiosos aportes académicos y por su disposición para hacerlo.

A Dios por darme vida y sabiduría.

RESUMEN

En este trabajo se hace un estudio de las transmitancias de fase de algunos elementos difractivos con profundidad de foco extendido para su aplicación en sistemas automáticos de formación de imágenes, específicamente en sistemas de inspección visual y sistemas de video vigilancia. Estos elementos difractivos, que pueden ser construidos con materiales livianos y delgados, hacen uso del fenómeno de la difracción y permiten generar frentes de onda con fases arbitrarias. Otra de las características de estos elementos difractivos con profundidad de foco extendido, es su propiedad de formar un segmento focal en el eje óptico. Se aprovecha esta cualidad, para formar imágenes con buena calidad de objetos ubicados en distintas posiciones respecto al plano transmitancia. También se hace una prueba experimental con el elemento óptico espada de luz para evaluar su profundidad de foco. Se concluye evaluando cada una de las gráficas de MTF y las imágenes que resultan de la simulación y se propone los diseños más apropiados para cada uno de los dos sistemas formadores de imágenes.

Contenido

Pág.

Agradecimientos ..... **IV**

Resumen ..... **V**

Introducción **1**

1. VISIÓN ARTIFICIAL **3**

1.1 Conceptos fundamentales 3

1.2 Sistemas automáticos de formación de imágenes: sistemas de inspección visual y de video-vigilancia. 4

2. ELEMENTOS ÓPTICOS DIFRACTIVOS **6**

2.1 Placa zonal de Fresnel 7

3. ELEMENTOS ÓPTICOS DIFRACTIVOS CON PROFUNDIDAD DE FOCO EXTENDIDO 9

3.1 Transmitancia de fase 11

3.2 Diseño analítico de las transmitancias de fase 11

3.2.1 Método Trazado de rayos paraxiales 12

3.2.2. Transmitancia de fase con simetría de revolución 14

3.2.3 Transmitancia de fase sin simetría de revolución 21

4. FORMACIÓN DE IMÁGENES DESDE LA ÓPTICA DE FOURIER ..... ……27

4.1 Transformada de Fourier 27

4.2 Teorema de la convolución 28

4.3 Principio de Huygens- Fresnel 28

4.3.1 Aproximación de Fresnel y aproximación de Fraunhofer.....29

4.4 Función de Transferencia de Modulación: MTF 31

4.5 Proceso de propagación..... 33

5. SIMULACIÓN Y RESULTADOS PARA UN SISTEMA DE INSPECCIÓN VISUAL 36

5.1 Discusión de los resultados 39

5.1.1 Criterios para evaluar la calidad de los resultados 40

5.1.3 Análisis del axicón logarítmico delantero y su versión anular.....42

5.1.4 Análisis del axicon logarítmico retrógrado y su versión anular.....43

5.1.5 Análisis del elemento óptico ojo de pavo 44

5.1.6 Análisis del elemento óptico espada de luz.....46

6. SIMULACIÓN Y RESULTADOS PARA UN SISTEMA DE VIDEO-VIGILANCIA..... 70

6.1 Discusión de los resultados 71

6.1.3 Análisis del axicon logarítmico delantero y su versión anular.....72

6.1.4 Análisis del axicon logarítmico retrógrado y su versión anular.....73

6.1.5 Análisis del elemento óptico ojo de pavo 74

6.1.6 Análisis del elemento óptico espada de luz.....75

7. RESULTADOS EXPERIMENTALES PARA LA ESPADA DE LUZ.....97

7.1. Resultados experimentales 98

7.2. Simulación con espada de luz (lente 1) 102

8. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS 105

8.1 Conclusiones 105

8.2 Perspectivas 109

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS 110

INTRODUCCIÓN

Los elementos difractivos son dispositivos que operan bajo el fenómeno de la difracción y ofrecen la posibilidad de generar frentes de onda con fases arbitrarias. Esta cualidad los hacen atractivos en la construcción de sistemas ópticos formadores de imágenes, además, permiten hacer más simples los componentes ópticos ya que son más ligeros y ocupan menos espacio que los elementos refractivos conocidos, prismas, lentes esféricas etc. [1].

Dentro de estos elementos difractivos están los que tienen profundidad de foco extendido, cuya principal característica es la de proyectar una onda plana en un segmento de línea a lo largo del eje óptico [2]. En la oftalmología, Esta característica los hace extremadamente promisorios para abordar el problema de la presbicia, siendo ésta, la pérdida de capacidad de acomodación del ojo que afectan a la mayoría de las personas que tienen edad avanzada [3-4].

Los elementos difractivos como los axicones, el ojo de pavo y el elemento óptico espada de luz, son algunos de estos elementos difractivos que tienen profundidad de foco extendido. Sus transmitancias de fase son diseñadas analíticamente utilizando el método de trazado de rayos y el principio de conservación de la energía [5].

Ahora, aprovechando esta propiedad de profundidad de foco extendido, se ha pensado en la posibilidad de utilizar estos elementos difractivos en sistemas automáticos de formación de imágenes, buscando con esto, dispositivos que ocupen menos espacio y requieran menos componentes para su funcionamiento, por ejemplo minimizar el movimiento de lentes para enfocar objetos.

Por consiguiente, este trabajo tiene como propósito el estudio de algunos elementos difractivos con profundidad de foco extendido como el axicón logarítmico delantero, axicón

logarítmico retrógrado y sus respectivas versiones anulares, axicón cuártico delantero, axicón cuártico retrógrado, los elementos ópticos ojo de pavo y la espada de luz y su aplicación en sistemas automáticos de formación de imágenes. Este estudio aborda aspectos como el diseño de las transmitancias de fase de los elementos mencionados, la simulación computacional desde la óptica de Fourier y un ajuste de parámetros de dichas transmitancias con el fin de aplicarlos en estos sistemas ópticos. En una primera aproximación, se piensa en aquellos sistemas automáticos que puedan usar luz monocromática para sus aplicaciones como puede ser en video-vigilancia y en sistemas de inspección visual, sin embargo, en la construcción del elemento difractivo se tienen técnicas de fabricación, ajeno a los objetivos de este trabajo, para minimizar la aberración cromática cuando se utilice luz policromática. Cuando se fabrica la lente pasamos de un elemento difractivo, transmitancia pura, a un elemento difractivo-refractivo conocido como elemento óptico difractivo con índice de refracción y grosor particular. Dicha fabricación requiere de una sofisticada tecnología y se vuelve más difícil su construcción si la transmitancia de fase no presenta simetría de revolución, como sucede con el elemento óptico ojo de pavo y espada de luz

También se hace un montaje experimental con el elemento óptico espada de luz para evaluar su gran profundidad de foco extendido y su aplicabilidad en un sistema automático de formación de imágenes.

Para encaminar el trabajo trataremos de responder los siguientes interrogantes ¿Cómo se diseñan las transmitancias de fase? ¿Qué transmitancias de fase funcionan mejor para cortas y largas distancias? ¿Qué elementos difractivos son los más adecuados para implementar en un sistema de inspección visual y en un sistema de video-vigilancia?

1. VISIÓN ARTIFICIAL

Este trabajo está encaminado a la aplicación de los elementos difractivos en los sistemas automáticos de formación de imágenes, por tal motivo, en este capítulo se hace necesario abordar algunos conceptos fundamentales que nos permitan entender los sistemas automáticos que se abordan en dicho trabajo.

1.1 Conceptos fundamentales

Se puede definir la Visión Artificial (VA) como un campo de la "inteligencia Artificial" que describe la deducción automática de la estructura y propiedades de un mundo tridimensional posiblemente dinámico, bien a partir de una o varias imágenes bidimensionales del mundo. Estas imágenes pueden provenir de una o varias cámaras e incluso cada cámara puede estar estacionaria o móvil [6]

La visión artificial se aplica en distintos sectores de la industria y se divide en tres grandes categorías [7]:

- Control de procesos
- Control de calidad
- Aplicaciones no industriales (por ejemplo, en video-vigilancia)

Un sistema de visión artificial se compone básicamente de los siguientes elementos [8]:

- Fuente de luz: El propósito de la fuente de luz utilizada en las aplicaciones de visión es controlar la forma en que la cámara va a ver el objeto.
- Sensor de imagen: captura las propiedades del objeto en forma de señales luminosas y las transforma en señales analógicas. En este proceso es muy importante la lente o combinación de lentes que se estén utilizando, pues son las encargadas de proyectar la señal en el sensor.

- Tarjeta de adquisición: permiten transferir la imagen de la cámara a la memoria de la computadora con el fin de que ésta pueda realizar el procesamiento adecuado a las imágenes.
- Algoritmos de análisis de imagen: Es la parte encargada de aplicar las transformaciones necesarias y extracciones de información de las imágenes capturadas.
- Computadora o módulo de proceso: parte del sistema encargada de implementar las funciones y objetivos para los que se haya diseñado el sistema.
- Sistema de respuesta: con la información extraída, los sistemas de visión artificial pueden tomar decisiones que afecten, por ejemplo, a un sistema productivo con el fin de mejorar la calidad global de producción.

1.2 Sistemas automáticos de formación de imágenes: sistemas de inspección visual y de video-vigilancia.

Los sistemas automáticos son dispositivos que funcionan en todo o en parte por sí solos, esto es, efectúan y controlan las secuencias de operaciones sin la ayuda de la actividad humana. Estos sistemas, que en gran medida hacen uso de la visión artificial tienen innumerables aplicaciones en varios campos: industria, producción, electrodomésticos, etc.

Cuando hablamos de sistemas automáticos de formación de imágenes, nos referimos a aquellos sistemas computacionales que tiene entre sus funciones formar una imagen o una secuencia de imágenes con el objetivo de extraer de ella información veraz y útil. Esta información puede ser de tipo espectral (frecuencia e intensidad), espacial (se refiere a aspectos como forma y posición) y temporal (comprende aspectos estacionarios y dependientes del tiempo) de los distintos objetos [9]

Como ejemplo de estos sistemas tenemos los sistemas automáticos de video-vigilancia, cuyo objetivo es el de detectar y reconocer objetos o personas para describir y comprender su comportamiento. Por tal propósito, es innegable el uso que tienen estos dispositivos en la seguridad, en el control de producción, de horarios y accesos, del tránsito, etc.

Más allá del avance tecnológico en el diseño de estos sistemas de video-vigilancia, en el presente trabajo se quiere proponer un elemento difractivo que le permita a la cámara o

cámaras enfocar diferentes planos de una manera sencilla y sin recurrir a movimientos automáticos extras en el dispositivo.

Otro ejemplo interesante de estos sistemas automáticos, son los sistemas de inspección visual que permiten controlar la calidad de todo tipo de productos industriales [10]. Este control se hace utilizando una o varias cámaras que a partir de imágenes y de correlaciones pueden detectar irregularidades de los productos que pasan por las bandas. Estos sistemas de inspección, como se ilustra en la fig.1.1, tienen como primera tarea realizar la captura de la imagen a analizar para luego ser almacenada en memoria, sin embargo, existen varios factores que afectan directamente el proceso de captura de la escena, entre ellos están la iluminación, el fondo, la posición correcta de la cámara, la calidad de la lente etc.

En cuanto a las lentes que se utilizan en estos sistemas de inspección, se ha pensado en la posibilidad de utilizar elementos ópticos difractivos con el fin de obtener información de los objetos que pasan por la banda sin importar sus dimensiones y el plano que se quiere enfocar. Esto se logra con la gran profundidad de foco extendido que tienen estos elementos, que en pocas palabras son lentes con ciertas aberraciones controladas.

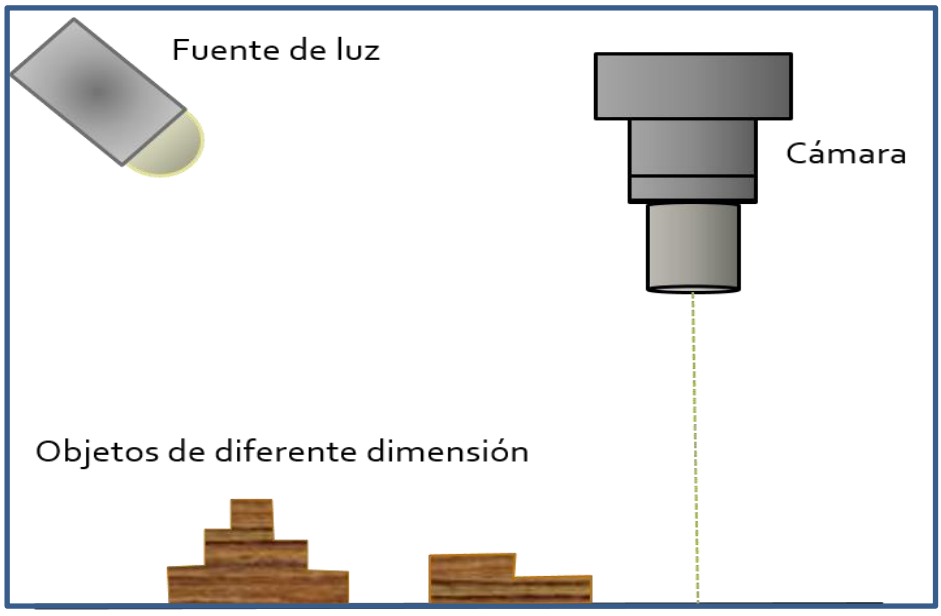


Fig.1.1 Esquema sistema de inspección visual.

2. ELEMENTOS ÓPTICOS DIFRACTIVOS

Los elementos ópticos difractivos son elementos que operan usando el fenómeno de la difracción y modifican un frente de onda, bien sea en amplitud o en fase, como se ilustra en la fig.2.1. Otra de sus propiedades está en su posibilidad de ser diseñadas para generar frentes de onda prácticamente arbitrarios, además, pueden ser fabricados con materiales livianos y delgados.

Dentro de estos elementos difractivos están la rejilla lineal, la placa zonal lineal, la placa zonal circular y la rejilla circular, entre otros. Estos dispositivos al igual que los elementos refractivos son aplicados en formación de imágenes, alineación y metrología, espectroscopia, etc. Sin embargo, una de las desventajas de estos elementos ópticos difractivos es su alta aberración cromática por lo que se requiere de una iluminación monocromática para evitarla [11].

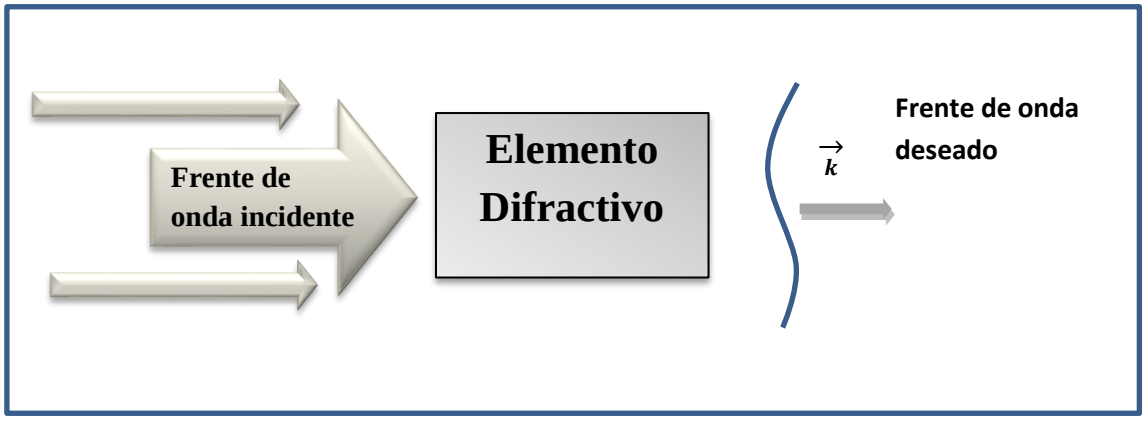


Fig.2.1 Los elementos difractivos producen cambios en el frente de onda.

Uno de los ejemplos más comunes de estos elementos ópticos difractivos es la placa zonal de Fresnel.

2.1 Placa zonal de Fresnel

La placa zonal es un ejemplo de la difracción de Fresnel y consiste en un conjunto de regiones circulares opacas y transparentes ubicadas de manera alternada [12].

Consideremos una placa dividida en regiones anulares como las de la Fig.2.2, es decir, constituida por regiones circulares concéntricas e iluminada con una onda plana monocromática de longitud de onda λ. Si las ondas que emergen de cada una de las ranuras están en fase en un punto P al frente de la pantalla, la diferencia de camino óptico, l_n y f_0, es un múltiplo entero n de la longitud de onda, esto es:

$$l_n - f_0 = n\lambda \qquad n = 0,1,2,\ldots\infty \tag{2.1}$$

El radio de cada uno de los círculos concéntricos se puede encontrar utilizando el Teorema de Pitágoras:

$$r_n = \sqrt{2f_0 n\lambda + (n\lambda)^2} \tag{2.2}$$

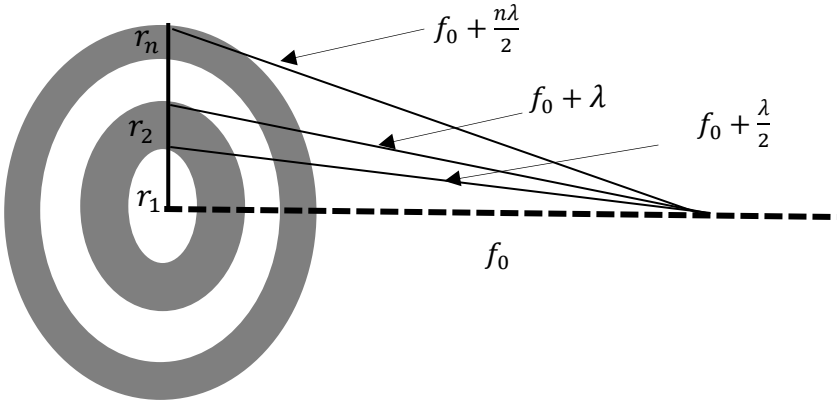


Fig.2.2 Placa zonal convencional.

Ahora, si dos anillos consecutivos guardan una diferencia de camino de media longitud de onda de la luz que se propaga y las zonas alternas son cubiertas con un material opaco, se

tiene lo que se conoce como una placa zonal de Fresnel. Además, si la transmitancia de esta placa zonal varía sinusoidalmente, obtenemos una lente zonal de Fresnel.

Según la definición anterior la transmitancia $T(x,y)$ de una placa zonal de Fresnel en amplitud es una función de r^2 y la podemos expresar de la siguiente forma:

$$T(r^2) = |A(r^2)|e^{i\varphi(r^2)} \tag{2.3}$$

Donde $\varphi(r^2)$ representa la variación de la fase introducida por la plaza zonal.

Debido a la periodicidad en r^2, la transmitancia se puede representar como una suma de series de Fourier:

$$T(r^2) = \sum_{-\infty}^{\infty} C_n e^{\frac{-i2\pi n r^2}{p}} \tag{2.4}$$

$$\text{Con } C_n = \frac{1}{p}\int_0^p T(r^2)\, e^{\frac{i2\pi n r^2}{p}} dr^2 \tag{2.5}$$

Por otro lado, la ecuación de una onda esférica en caso paraxial que proviene de un punto situado a una distancia Z del plano X-Y está dada por:

$$E = e^{\frac{-ik}{2z}r^2} \tag{2.6}$$

Y comparándola con la función de la placa zonal de Fresnel dada en ec (2.4), y después de algunos pasos algebraicos se puede llegar al resultado:

$$f = \frac{P}{2n\lambda} = \frac{f_0}{n} \tag{2.7}$$

$con\ z = f\ y\ f_0 = \dfrac{P}{2\lambda}$

De la expresión anterior podemos observar que una placa zonal periódica en r^2, al iluminarla con una onda plana monocromática, dará lugar a una serie de ondas esféricas que convergen (n>0) o divergen (n<0) a puntos f.Cada una de estas ondas define un orden de difracción que en este caso corresponde a números impares. Se tiene que para cada $n = \mp 1$ se obtiene el denominado foco principal de la placa zonal (f_0) correspondiente al primer orden de difracción y para $n \neq \mp 1$ se tiene las distancias focales secundarias.

3. ELEMENTOS ÓPTICOS DIFRACTIVOS CON PROFUNDIDAD DE FOCO EXTENDIDO

Los elementos con profundidad de foco extendido EDOFE (Extended Deep of Focus Element) son elementos que se pueden considerar como lentes con aberraciones controladas que permite formar no un punto focal sino un segmento de línea focal a lo largo del eje óptico, como se muestra en la Fig.3.1 [13].

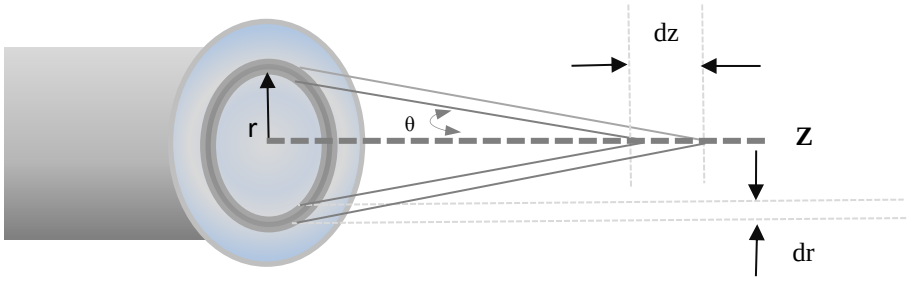
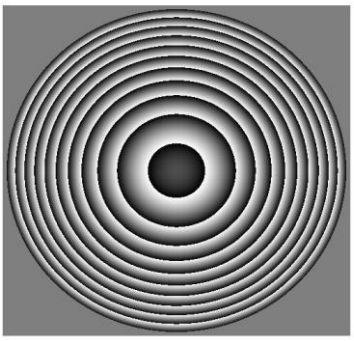


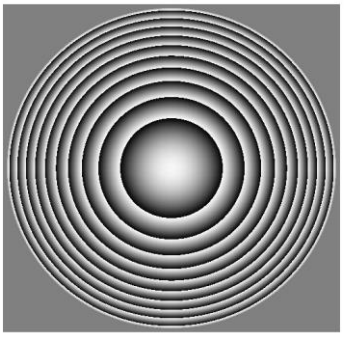
Fig.3.1 Elemento difractivo con profundidad de foco extendido

Entre estos elementos difractivos están los elementos con simetría de rotación, como sin simetría de rotación. Entre los primeros están los axicones logarítmicos delantero y retrógrado, sus versiones anulares, cuártico delantero y retrógrado cuyas funciones de transmitancia sólo dependen de la coordenada radial [14]. Entre los segundos están el elemento ojo de pavo PEE (Peacock Eye Element) y el elemento óptico espada de luz LSOE (Light Sword Optical Element), que a diferencia de los axicones, sus funciones de transmitancia dependen tanto de la coordenada radial como de la coordenada azimutal [15]

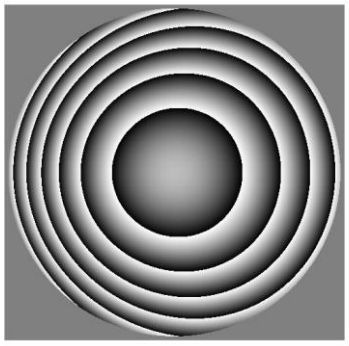
En la fig.3.2 aparecen algunas de las transmitancias de fase de los elementos mencionados:



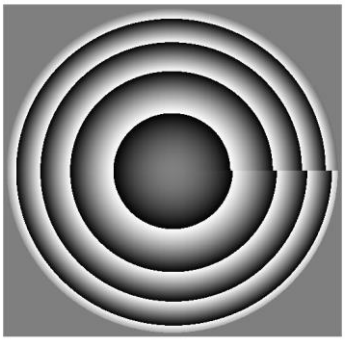
Axicon logarítmico delantero



Axicon logarítmico retrógrado



Ojo de pavo



Espada de luz

Fig.3.2 Representación de las transmitancias.

Los Axicones, LSOE y PEE son elementos diseñados analíticamente utilizando el método del trazado de rayos junto con el principio de conservación de la energía. Para llevar a cabo esto, se siguen estos pasos:

1. Se especifica la distribución de intensidad sobre la superficie del elemento.

2. Se especifica la distribución de intensidad a lo largo del eje focal.

3. Se busca una relación que conecte los puntos del elemento con puntos del segmento focal haciendo uso de la conservación de la energía.

4. Se hace uso de las fórmulas del trazado de rayos y teniendo en cuenta el inciso tercero se puede determinar explícitamente la distribución de fase sobre la superficie del elemento.

3.1 Transmitancia de fase

Cuando una onda de luz atraviesa un elemento óptico, se puede afectar tanto la fase como su amplitud. Este efecto se debe a lo que se conoce como la transmitancia del elemento.

Encontrando la transmitancia del elemento difractivo se puede conocer la transformación o los efectos producidos por este elemento sobre una onda incidente que se propaga una distancia Z.

Operacionalmente, si $U_1(\vec{r})$ y $U_2(\vec{r})$ son las amplitudes complejas de los campos en los planos de entrada y salida, respectivamente y $T(\vec{r})$ es la transmitancia del elemento difractivo, la relación entre dichos campos y la transmitancia está dada por [16]:

$$U_2(\vec{r}) = T(\vec{r})U_1(\vec{r}) \tag{3.1}$$

Los elementos difractivos que se van a trabajar en este proyecto son asumidos elementos transparentes y sus transmitancias sólo afectan la fase de la onda, por lo tanto hablamos de transmitancia de fase, la cual expresamos así [17]:

$$T(\vec{r}) = e^{ik\theta(\vec{r})} \tag{3.2}$$

1. Donde $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ y $\theta(\vec{r})$ es la distribución de fase.

3.2 Diseño analítico de las transmitancias de fase

Para encontrar analíticamente las transmitancias de fase de los elementos difractivos hacemos uso de un método geométrico llamado método de trazado de rayos en su forma paraxial. Se explica a continuación.

3.2.1 Método Trazado de rayos paraxiales

Las ecuaciones del trazado de rayos nos permite estimar analíticamente la forma como una onda plana se propaga entre dos planos separados a una distancia Z.

Consideremos un frente de onda arbitrario $U(P)$ con argumento de fase $\varphi(P)$ el cual representa la forma como varia la fase de la onda en un punto P(x, y).

$$U(P) = \exp[ik\varphi(P)] = \exp[ik\varphi(x,y)] \tag{3.3}$$

Donde P(x, y) es un punto que pertenece localmente a un frente de onda en el plano XY con Z=0. Además, k representa la magnitud del vector de onda **k**[1]

El argumento de fase $\varphi(x,y)$ puede ser expandido en una serie de Taylor alrededor de un punto (x',y'), de tal manera que $|x-x'| \ll 1$ y $|y-y'| \ll 1$, condiciones que permiten despreciar los términos cuadráticos y tomar sólo las primeras derivadas:

$$\varphi(\mathrm{x},\mathrm{y}) = \varphi(\mathrm{x}',\mathrm{y}') + \frac{\partial\varphi}{\partial \mathrm{x}}|_{(\mathrm{x}',\mathrm{y}')}(\mathrm{x}-\mathrm{x}') + \frac{\partial\varphi}{\partial \mathrm{y}}|_{(\mathrm{x}',\mathrm{y}')}(\mathrm{y}-\mathrm{y}') \tag{3.4}$$

De igual forma:

$$\mathrm{k}\varphi(\mathrm{x},\mathrm{y}) = \mathrm{kx}\frac{\partial\varphi}{\partial \mathrm{x}}|_{(\mathrm{x}',\mathrm{y}')} + \mathrm{ky}\frac{\partial\varphi}{\partial \mathrm{y}}|_{(\mathrm{x}',\mathrm{y}')} + \mathrm{cte} \tag{3.5}$$

La fase en el punto P(x, y) está dada por:

$$\mathrm{k}\varphi(\mathrm{x},\mathrm{y}) = \mathbf{k}\,.\,\mathbf{r} + \mathrm{cte} = \mathrm{k_x x} + \mathrm{k_y y} + \mathrm{cte} \tag{3.6}$$

Igualamos las ec(3.5) y ec(3.6) concluimos:

$$\mathrm{k_x} = \mathrm{k}\frac{\partial\varphi}{\partial \mathrm{x}}|_{(\mathrm{x}',\mathrm{y}')} \;\; \text{y} \;\; \mathrm{k_y} = \mathrm{k}\frac{\partial\varphi}{\partial \mathrm{y}}|_{(\mathrm{x}',\mathrm{y}')} \tag{3.7}$$

Consideremos la propagación de un frente de onda hasta el plano x_0y_0 que se encuentra a una distancia $Z > 0$, medido desde el plano inicial xy a lo largo del eje óptico, como se indica en la fig.3.3.

[1] En esta sección y en las siguientes se utiliza la letra negrilla para representar los vectores

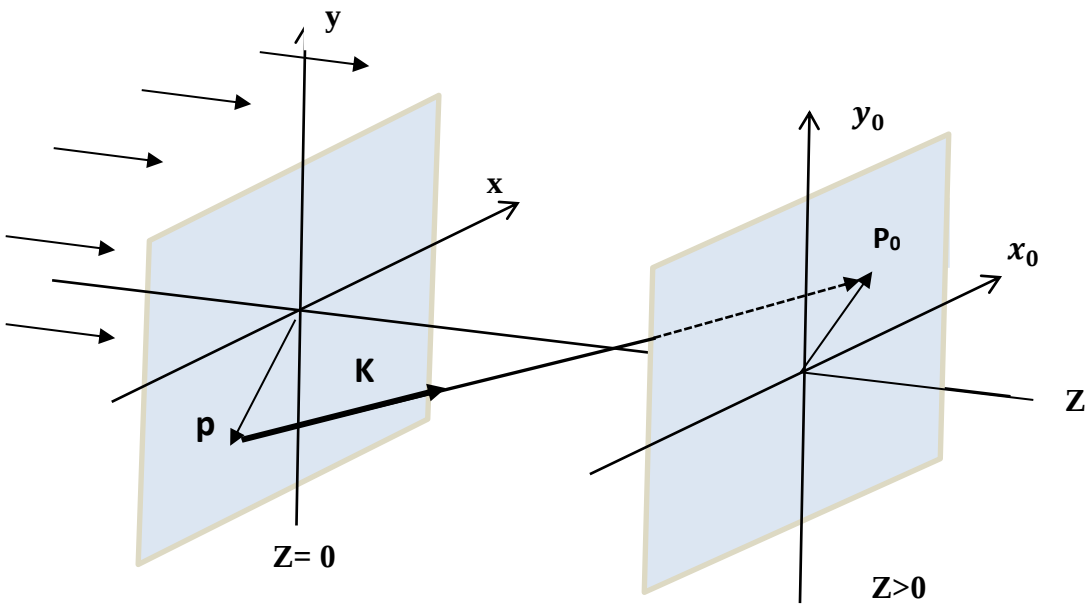


Fig.3.3 Propagación de un frente de onda entre el plano **xy** y el plano x_0y_0

La recta $\overleftrightarrow{PP_0}$ define la dirección del vector de propagación **k**. La separación vectorial entre los dos puntos es paralela al vector de onda y los podemos expresar de la siguiente forma:

$$(x_0 - x, y_0 - y, z) = \propto (k_x, k_y, k_z) \tag{3.8}$$

Donde $\propto$ es una constante de acople.

La expresión (3.8) la podemos escribir en tres ecuaciones escalares:

$$x_0 - x = \propto k_x,\ y_0 - y = \propto k_y,\ z = \propto k_z \tag{3.9}$$

Teniendo en cuenta la ec(3.7) y las ecuaciones anteriores, concluimos:

$$x_0 = x + k\frac{z}{k_z}\frac{\partial\varphi}{\partial x}|_{(x',y')}\ \ y\ \ y_0 = y + k\frac{z}{k_z}\frac{\partial\varphi}{\partial y}|_{(x',y')} \tag{3.10}$$

Bajo la aproximación paraxial, el ángulo θ entre el vector de propagación **k** y el eje óptico Z debe tomar un valor muy pequeño ($\theta \ll 1$) por lo que se puede hacer la aproximación:

$$k_z = |\mathbf{k}|\cos\theta \approx |\mathbf{k}| = k$$

La ec(3.10) queda de la siguiente forma:

$$x_0 = x + z\frac{\partial\varphi}{\partial x}|_{(x',y')} \;\; y \;\; y_0 = y + z\frac{\partial\varphi}{\partial y}|_{(x',y')} \tag{3.11}$$

En forma vectorial

$$\mathbf{r_0} = \mathbf{r} + z\boldsymbol{\nabla}\varphi(\mathbf{r}) \tag{3.12}$$

Estas son las denominadas ecuaciones del trazado de rayos paraxiales, con las cuales se pueden evaluar la transformación que sufre la onda al propagarse una distancia Z.

Teniendo estas ecuaciones, ahora nos disponemos a encontrar la distribución de fase de algunos elementos que tienen profundidad de foco extendido.

3.2.2. Transmitancia de fase con simetría de revolución

Estas transmitancias se caracterizan por tener simetría de revolución, es decir, en un sistema de coordenadas cilíndricas, solo dependen de la coordenada radial. Dentro de estos elementos difractivos están los axicones logarítmicos delantero y retrógrado, sus versiones anulares y los axicones cuárticos delantero y retrógrado.

Consideremos la fig.3.4 para calcular la distribución de fase del axicon. Sea $p_s(r)$ la distribución de la intensidad del haz que ilumina la superficie del elemento y $p(z)$ la distribución de la intensidad longitudinal a lo largo del segmento focal.

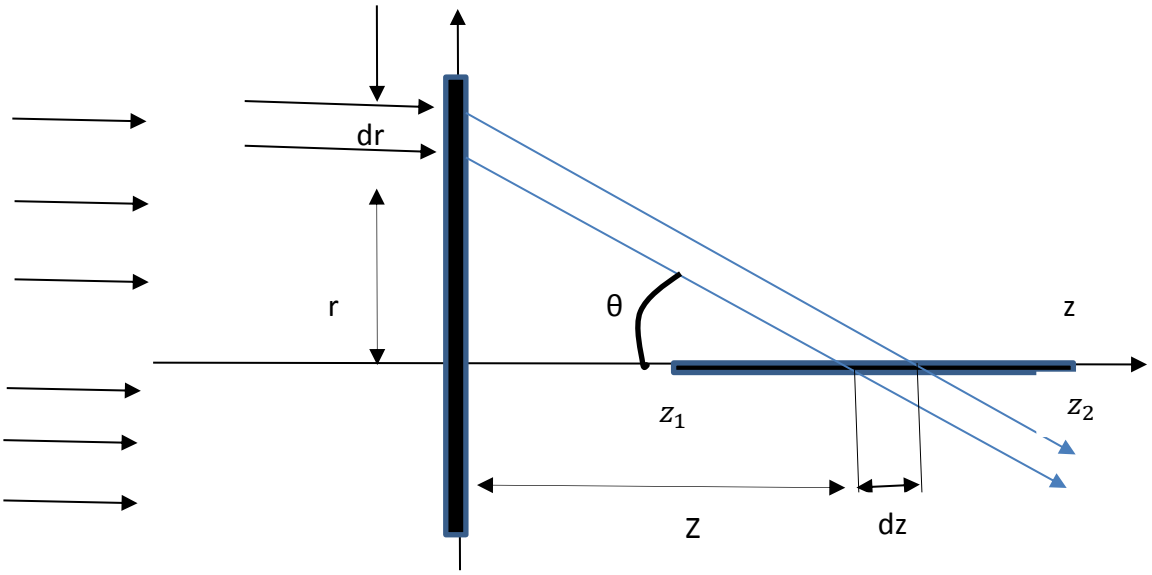


Fig.3.4 Esquema geométrico para el cálculo de la distribución de fase

Asumimos que las distribuciones $p_s(r)$ y $p(z)$ son constantes. Por el principio de conservación de energía, la energía contenida en un anillo infinitesimal de radio **r** y ancho **dr** del plano del elemento debe ser igual, a la energía contenida en el diferencial de línea sobre el segmento focal, como se muestra en la fig.3.4, es decir [18]:

$$p_s(r)\,(2\pi r dr) = p(z)dz \qquad \text{con} \quad r = (x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}} \tag{3.13}$$

Luego, la energía total sobre el elemento difractivo debe ser igual a la energía que llega al segmento $z_2 - z_1$.

$$\int_0^R 2\pi p_s(r) r dr = \int_{z_1}^{z_2} p(z)dz \tag{3.14}$$

Resolviendo las integrales y teniendo en cuenta que las distribuciones son constantes, llegamos a la siguiente expresión:

$$\pi p_s(r) R^2 = p(z)(z_2 - z_1) \tag{3.15}$$

De igual manera, la energía contenida en un sector circular de radio **r** del elemento debe ser la misma energía que hay en un sector longitudinal $z - z_1$:

$$\int_0^{\mathrm{r}} 2\pi \mathrm{p_s}(\mathrm{r}')\mathrm{r}'\mathrm{dr}' = \int_{z_1}^{\mathrm{z}} \mathrm{p}(\mathrm{z}')\mathrm{dz}' \tag{3.16}$$

Resolviendo la integral

$$\pi p_s(\mathrm{r})\mathrm{r}^2 = p(z)(z - z_1) \tag{3.17}$$

Combinamos las expresiones (3.15) y (3.17) y despejamos z:

$$z(r) = \frac{(\mathrm{z}_2 - \mathrm{z}_1)\mathrm{r}^2}{R^2} + z_1 \tag{3.18}$$

Aplicando la ecuación del trazado de rayos en forma paraxial para este elemento difractivo ec(3.12) , en coordenadas cilíndricas, tenemos que $\mathbf{r_0} = 0$ y expresamos dicha ecuación de la siguiente forma:

$$\boldsymbol{\nabla\varphi(r)} = -\frac{\mathbf{r}}{\mathbf{z}} \tag{3.19}$$

Luego $$\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{dr}} = -\frac{\boldsymbol{r}}{\boldsymbol{z}} \tag{3.20}$$

De la ec(3.18) derivamos a $\mathrm{z}(r)$ con respecto a r:

$$\frac{\mathrm{dz(r)}}{\mathrm{dr}} = 2\mathrm{ar} \tag{3.21}$$

Donde $a = \frac{(z_2 - z_1)}{R^2}$

Relacionamos la ec(3.20) y ec(3.21) y después de algunos pasos algebraicos encontramos $d\varphi(r)$:

$$\mathrm{d\varphi(r)} = -\frac{r}{2\mathrm{ar(a(z(r))}}\mathrm{d(az(r))} \tag{3.22}$$

Resolvemos la integral indefinida:

$$\int \mathrm{d\varphi(r)} = -\frac{1}{2a}\int \frac{1}{az(r)} d(az(r)) \tag{3.23}$$

Y encontramos $\varphi(r)$:

$$\varphi(\mathrm{r}) = -\frac{1}{2a}\ln\big(az(\mathrm{r})\big) + cte \tag{3.24}$$

Esta es la distribución de fase de un **axicon logarítmico delantero** [19].

Ahora, si suponemos la correspondencia entre las fronteras:

$$\mathrm{r} = 0 \,\mathrm{con}\, \mathrm{z} = \mathrm{z}_2 \;\; \mathrm{y}\, \mathrm{r} = \mathrm{R}\, \mathrm{con}\, \mathrm{z} = \mathrm{z}_1$$

Podemos escribir las ecuaciones (3.14) y (3.16) de la siguiente manera:

$$\int_0^{\mathrm{R}} 2\pi \mathrm{p_s}(\mathrm{r})\mathrm{r}\mathrm{dr} = -\int_{\mathrm{z}_2}^{\mathrm{z}_1} \mathrm{p}(\mathrm{z})\mathrm{dz} \tag{3.25}$$

$$\int_0^{\mathrm{r}} 2\pi \mathrm{p_s}(\mathrm{r}')\mathrm{r}'\mathrm{dr}' = -\int_{\mathrm{z}_2}^{\mathrm{z}} \mathrm{p}(\mathrm{z}')\mathrm{dz}' \tag{3.26}$$

Y llegamos a los siguientes resultados:

$$\pi \mathrm{p_s}(\mathrm{r})\mathrm{R}^2 = -\mathrm{p}(\mathrm{z})(\mathrm{z}_1 - \mathrm{z}_2) \tag{3.27}$$

$$\pi \mathrm{p_s}(\mathrm{r})\mathrm{r}^2 = -\mathrm{p}(\mathrm{z})(\mathrm{z} - \mathrm{z}_2) \tag{3.28}$$

Combinamos las ecuaciones (3.27) y (3.28) y despejamos $z(r)$:

$$\mathrm{z}(\mathrm{r}) = \frac{-(\mathrm{z}_2 - \mathrm{z}_1)\mathrm{r}^2}{\mathrm{R}^2} + \mathrm{z}_2 \tag{3.29}$$

$$\mathrm{z}(\mathrm{r}) = \mathrm{z}_2 - \mathrm{ar}^2 \,\mathrm{con}\, \mathrm{a} = \frac{(\mathrm{z}_2 - \mathrm{z}_1)}{\mathrm{R}^2} \tag{3.30}$$

Para el axicon tenemos que $\boldsymbol{r}_0 = 0$ y $\boldsymbol{\nabla\varphi}(\boldsymbol{r}) = -\frac{\boldsymbol{r}}{\boldsymbol{z}}$

Y repitiendo los pasos del caso anterior, encontramos la expresión para $\varphi(\mathrm{r})$:

$$\varphi(\mathrm{r}) = \frac{1}{2a}\ln\big(az(\mathrm{r})\big) + cte \tag{3.31}$$

Esta es la distribución de fase de un **axicon logarítmico retrógrado** [19].

Consideremos ahora la fig.3.5 para encontrar las distribuciones de fase de las versiones anulares de los elementos anteriores.

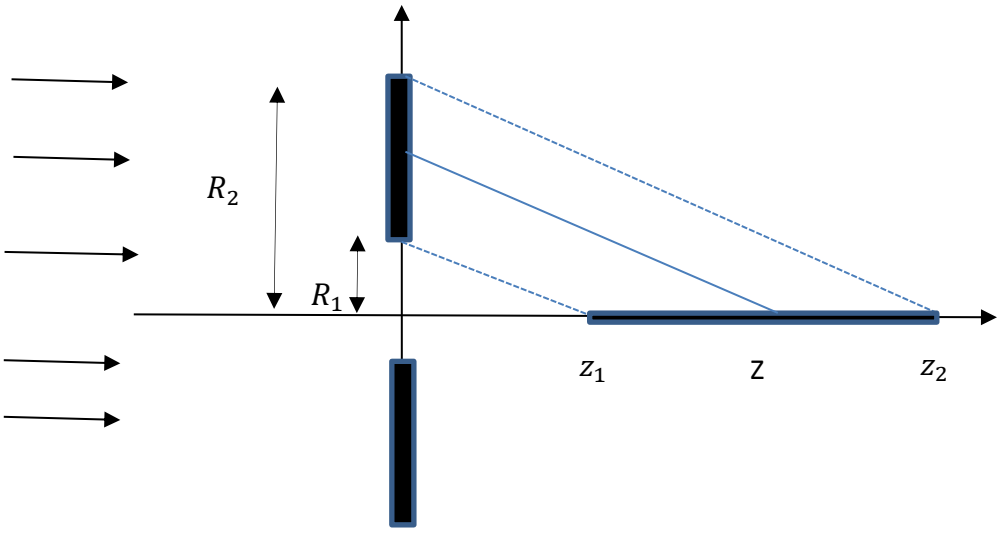


Fig.3.5 Fronteras del axicon logarítmico anular delantero

Si suponemos la correspondencia entre las fronteras:

$$\mathrm{r} = \mathrm{R}_1 \text{ con } \mathrm{z} = \mathrm{z}_1 \text{ y } \mathrm{r} = \mathrm{R}_2 \text{ con } \mathrm{z} = \mathrm{z}_2$$

Podemos escribir las ecuaciones (3.14) y (3.16) de la siguiente manera [20]:

$$\int_{\mathrm{R}_1}^{\mathrm{R}_2} 2\pi \mathrm{p_s}(\mathrm{r})\mathrm{r}\mathrm{dr} = \int_{\mathrm{z}_1}^{\mathrm{z}_2} \mathrm{p}(\mathrm{z})\mathrm{dz} \tag{3.32}$$

$$\int_{\mathrm{R}_1}^{\mathrm{r}} 2\pi \mathrm{p_s}(\mathrm{r}')\mathrm{r}'\mathrm{dr}' = \int_{\mathrm{z}_1}^{\mathrm{z}} \mathrm{p}(\mathrm{z}')\mathrm{dz}' \tag{3.33}$$

Y resolviendo las integrales encontramos que

$$\pi \mathrm{p_s}(\mathrm{r})(\mathrm{R}_2^2 - \mathrm{R}_1^2) = \mathrm{p}(\mathrm{z})(\mathrm{z}_2 - \mathrm{z}_1) \tag{3.34}$$

$$\pi \mathrm{p_s}(\mathrm{r})(\mathrm{r}^2 - \mathrm{R}_1^2) = \mathrm{p}(\mathrm{z})(\mathrm{z} - \mathrm{z}_1) \tag{3.35}$$

Combinamos (3.34) y (3.35) y encontramos a $z(r)$:

$$\mathrm{z}(\mathrm{r}) = \frac{(\mathrm{z}_2 - \mathrm{z}_1)(\mathrm{r}^2 - \mathrm{R}_1^2)}{(\mathrm{R}_2^2 - \mathrm{R}_1^2)} + \mathrm{z}_1 \tag{3.36}$$

$$z(r) = a(r^2 - R_1^2) + z_1 \tag{3.37}$$

Con $a = \frac{(z_2 - z_1)}{(R_2^2 - R_1^2)}$

Y la distribución $\boldsymbol{\varphi}(\boldsymbol{r})$ esta dada por la misma ecuación (3.24) y recibe el nombre de **axicon logarítmico anular delantero.**

Consideremos el mismo esquema del elemento anterior pero supongamos las siguientes fronteras:

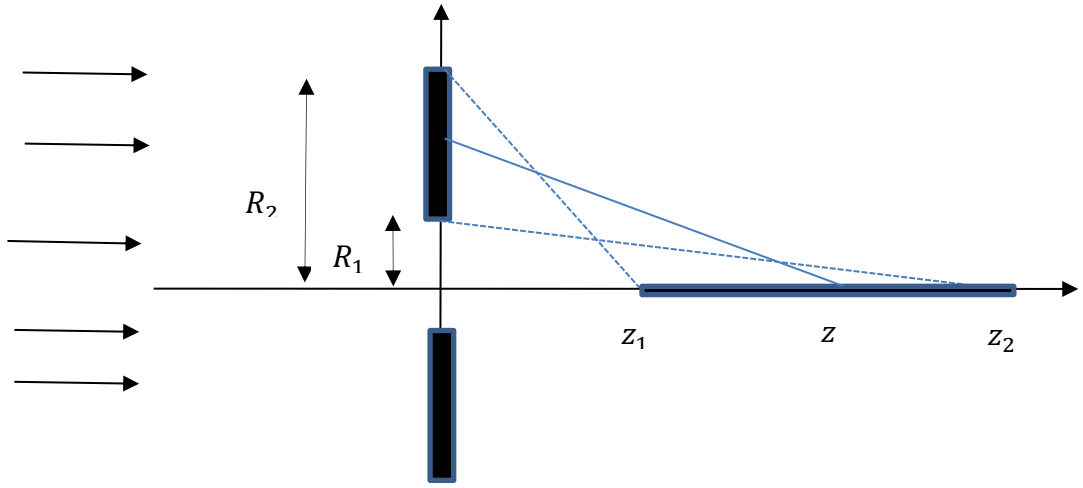


Fig.3.6 Fronteras del axicon logarítmico anular retrógrado.

$$r = R_1 \text{ con } z = z_2 \text{ y } r = R_2 \text{ con } z = z_1$$

Y las ecuaciones (3.25) y (3.26) quedan de la siguiente forma:

$$\int_{R_1}^{R_2} 2\pi p_s(r) r dr = -\int_{z_2}^{z_1} p(z) dz \tag{3.38}$$

$$\int_{R_1}^{r} 2\pi p_s(r') r' dr' = -\int_{z_2}^{z} p(z') dz' \tag{3.39}$$

Resolviendo las integrales encontramos:

$$\pi p_s(r)(R_2^2 - R_1^2) = -p(z)(z_1 - z_2) \tag{3.40}$$

$$\pi p_s(r)(r^2 - R_1^2) = -p(z)(z - z_2) \tag{3.41}$$

Combinamos ec (3.40) y ec (3.41) y encontramos a $z(r)$:

$$z(r) = -\frac{(z_2 - z_1)(r^2 - R_1^2)}{(R_2^2 - R_1^2)} + z_2 \tag{3.42}$$

$$z(r) = a(R_1^2 - r^2) + z_2 \ \text{con}\ a = \frac{(z_2 - z_1)}{(R_2^2 - R_1^2)} \tag{3.43}$$

Y la distribución $\varphi(r)$ esta dada por la misma ecuación (3.31) y recibe el nombre de **axicon logarítmico anular retrógrado.**

La forma general de expresar la distribución de fase de un axicon logarítmico es:

$$\varphi(r) = D_1 \ln(D_2 + D_3 r^2) \tag{3.44}$$

Hacemos una expansión en series de Taylor:

$$\ln(1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \cdots \tag{3.45}$$

Tomamos la expansión hasta el segundo orden:

$$\varphi(r) = D_1 \ln(1 + (D_2 - 1) + D_3 r^2) \tag{3.46}$$

$$\varphi(r) = D_1[(D_2 - 1 + D_3 r^2) - \frac{(D_2 - 1 + D_3 r^2)^2}{2}] \tag{3.47}$$

Después de algunos pasos algebraicos llegamos a la siguiente expresión:

$$\varphi(r) = Ar^2 + Br^4 + cte \tag{3.48}$$

Con $A = (2D_3 - D_3 D_2)$, $B = -\frac{{D_3}^2}{2}$ y $cte = [D_2 - \frac{(D_2 - 1)^2}{2}]$

La ec (3.48) es la distribución de fase de un **axicon cuártico** [21]

Derivamos la distribución de fase $\varphi(r)$

$$\frac{d\varphi(r)}{dr} = 2Ar + 4Br^3 \tag{3.49}$$

Al igualar la ec (3.49) y la ec (3.12), y después de hacer algunos pasos algebraicos, llegamos a la expresión:

$$2A + 4Br^2 = -\frac{\mathbf{1}}{\boldsymbol{z}} \qquad (3.50)$$

Los coeficientes A y B se determinan mediante las condiciones de frontera, las cuales se definen dependiendo del elemento difractivo.

Para un axicon cuártico delantero, la correspondencia entre los límites es la siguiente:

$$r = 0 \text{ con } z = z_1 \text{ y } r = R \text{ con } z = z_2$$

Reemplazando en la ec (3.50) los valores $r = 0$ y $z = z_1$ encontramos que $A = -\frac{1}{2z_1}$

Haciendo lo mismo con $r = R$ y $z = z_2$ tenemos que $B = \frac{1}{4R^2}(\frac{1}{z_1} - \frac{1}{z_2})$

Con estos coeficientes queda determinada la distribución de fase para el **axicon cuártico delantero**

Para un axicón cuártico retrógrado, la correspondencia entre los límites es la siguiente:

$$r = 0 \text{ con } z = z_2 \text{ y } r = R \text{ con } z = z_1$$

Reemplazando en la ec(3.50) los valores $r = 0$ y $z = z_2$ encontramos que $A = -\frac{1}{2z_2}$

Haciendo lo mismo con $r = R$ y $z = z_1$ tenemos que $B = -\frac{1}{4R^2}(\frac{1}{z_1} - \frac{1}{z_2})$

Con estos coeficientes queda determinada la distribución de fase para el **axicon cuártico retrógrado.**

3.2.3 Transmitancia de fase sin simetría de revolución

Estas transmitancias se caracterizan por no tener simetría de revolución, es decir, en un sistema de coordenadas cilíndricas, dependen tanto de la coordenada radial como de la coordenada aximutal. Dentro de estos elementos difractivos están el elemento óptico espada de luz y el ojo de pavo.

La fig.3.7 muestra la representación de la focalización de los sectores angulares de la espada de luz [22]. Si escribimos la ec(3.12) en coordenada cilíndricas llegamos a las siguientes dos expresiones:

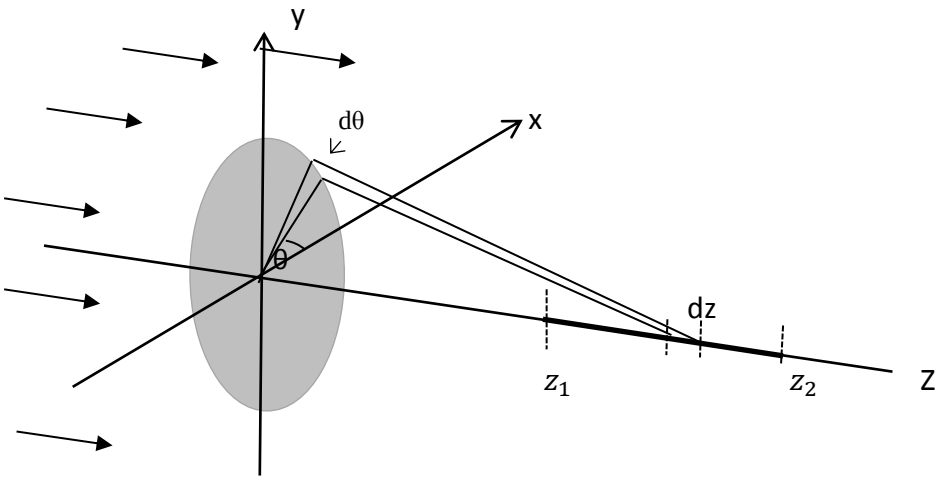


Fig.3.7 Esquema del elemento difractivo espada de luz

$$\frac{\mathbf{d\varphi(r,\theta)}}{\mathbf{dr}} = -\frac{\mathbf{r}}{\mathrm{z}} \quad \text{y} \quad \frac{\mathbf{d\varphi(r,\theta)}}{\mathbf{d\theta}} = 0 \tag{3.51}$$

Asumimos al igual que en los demás casos, distribuciones de intensidades constantes, donde $\mathrm{p_s(r,\boldsymbol{\theta})}$ es la distribución de intensidad sobre la superficie y $\mathrm{p(z)}$ sobre el segmento de línea del eje óptico.

Por el principio de conservación de energía, la energía contenida en un sector angular diferencial del plano del elemento debe ser igual, a la energía contenida en el diferencial de línea sobre el segmento focal, es decir:

$$\mathrm{p_s(r,\theta)\ (rdrd\theta) = p(z)dz} \tag{3.52}$$

Luego, la energía total sobre el elemento difractivo debe ser igual a la energía que llega al segmento $z_2 - z_1$:

$$\int_0^R \int_0^{2\pi} \ \mathrm{p_s(r,\theta)\ rdrd\theta} = \int_{z_1}^{z_2} \mathrm{p(z)dz} \tag{3.53}$$

Resolviendo las integrales y teniendo en cuenta que las distribuciones de intensidades son constantes, llegamos a la expresión:

$$2\pi(\frac{R^2}{2})\ \ \mathrm{p_s}(\mathrm{r},\theta) = \mathrm{p}(\mathrm{z})(\mathrm{z_2} - \mathrm{z_1}) \tag{3.54}$$

De igual manera, la energía contenida en un sector circular de radio r del elemento y tamaño angular θ debe ser la misma energía que hay en un sector longitudinal $z - z_1$:

$$\int_0^R \int_0^\theta \ \ \mathrm{p_s}(\mathrm{r},\theta)\ \mathrm{rdrd}\theta = \int_{z_1}^{z} \mathrm{p}(\mathrm{z})\mathrm{dz} \tag{3.55}$$

Resolviendo la integral

$$\theta(\frac{R^2}{2})\ \ \mathrm{p_s}(\mathrm{r},\theta) = \mathrm{p}(\mathrm{z})(\mathrm{z} - \mathrm{z_1}) \tag{3.56}$$

Combinamos las ecuaciones (3.54) y (3.55), despejamos $\mathrm{z}(\theta)$:

$$\mathrm{z}(\theta) = \frac{(\mathrm{z_2}-\mathrm{z_1})\theta}{2\pi} + \mathrm{z_1} \tag{3.57}$$

Integrando la ec(5.51) y teniendo en cuenta la condición[23]:

$$\frac{r_{máx}^2}{2z_{min}^2}\left|\frac{dz(\boldsymbol{\theta})}{d\boldsymbol{\theta}}\right|_{máx} \ll 1,$$

Encontramos la expresión:

$$\varphi(\mathrm{r},\theta) = -\frac{\mathrm{r}^2}{2\mathrm{z}(\theta)} + \mathrm{cte} \tag{3.58}$$

Y reemplazando la ec(3.57) en ec(3.58) se encuentra la distribución de fase:

$$\varphi(\mathrm{r},\theta) = -\frac{\mathrm{r}^2}{2[\frac{(\mathrm{z_2}-\mathrm{z_1})\theta}{2\pi}+\mathrm{z_1}\,]} + \mathrm{cte} \tag{3.59}$$

Que es la distribución de fase del **elemento óptico espada de luz**

La otra placa zonal generalizada que no tiene simetría de revolución es el elemento óptico ojo de pavo. Para encontrar su distribución de fase utilizamos la fig.3.8 que ilustra el enfoque de segmentos lineales sobre el eje Z.

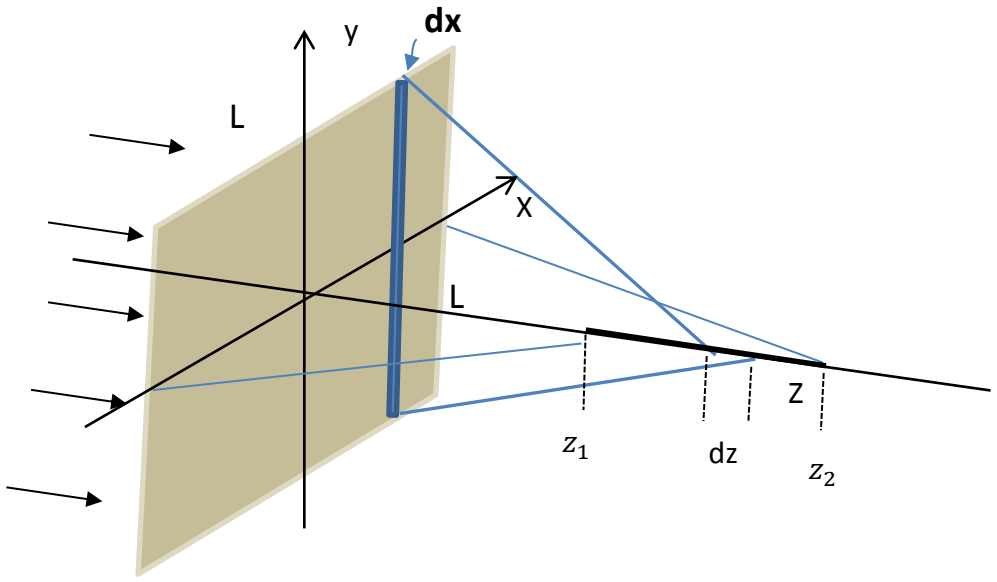


Fig.3.8 Esquema de la placa zonal “ojo de pavo”

Por el principio de conservación de energía, la energía contenida en una tirilla diferencial del plano, elemento Ldx, debe ser igual, a la energía contenida en el diferencial de línea sobre el segmento focal, es decir:

$$p_s(x,y)\mathrm{Ldx} = \mathrm{p(z)dz} \tag{3.60}$$

Luego, la energía total sobre el elemento difractivo debe ser igual a la energía que llega al segmento $z_2 - z_1$:

$$\int_{\frac{-L}{2}}^{\frac{L}{2}} p_s(x,y)\mathrm{Ldx} = \int_{z_1}^{z_2} \mathrm{p(z)dz} \tag{3.61}$$

Resolviendo las integrales y teniendo en cuenta que las distribuciones de intensidad son constantes, llegamos a la expresión:

$$p_s(x,y)L^2 = p(z)(z_2 - z_1) \tag{3.62}$$

De igual manera, la energía que ilumina un sector rectangular de la placa debe ser igual a la energía que hay en un sector longitudinal $z - z_1$

$$\int_{\frac{-l}{2}}^{x} p_s(x', y')\mathrm{L}\mathrm{dx}' = \int_{z_1}^{\mathrm{z}} \mathrm{p}(\mathrm{z}')\mathrm{dz}' \tag{3.63}$$

Resolviendo la integral

$$\mathrm{L}p_s(\mathrm{x},\mathrm{y})(\mathrm{x}+\frac{\mathrm{L}}{2}) = \mathrm{p}(\mathrm{z})(\mathrm{z}-\mathrm{z}_1) \tag{3.64}$$

Combinamos las ecuaciones (3.62) y (3.64), despejamos $\mathrm{z}(\mathrm{x})$:

$$\mathrm{z}(\mathrm{x}) = \frac{\mathrm{x}(\mathrm{z}_2-\mathrm{z}_1)}{\mathrm{L}} + \frac{(\mathrm{z}_2+\mathrm{z}_1)}{2} \tag{3.65}$$

Luego $$\mathrm{z}(\mathrm{x}) = \frac{\mathrm{x}\Delta\mathrm{z}}{\mathrm{L}} + \mathrm{d} \tag{3.66}$$

Donde $\Delta\mathrm{z} = (\mathrm{z}_2 - \mathrm{z}_1)\ y\ \mathrm{d} = \frac{(\mathrm{z}_2+\mathrm{z}_1)}{2}$

Si en la ec(3.11) hacemos $(\mathrm{x}_0, \mathrm{y}_0) = (0,0)$, las ecuación queda de la siguiente forma:

$$0 = \mathrm{x} + \mathrm{z}\frac{\delta\varphi(\mathrm{x},\mathrm{y})}{\delta\mathrm{x}}\ \mathrm{y}\ 0 = \mathrm{y} + \mathrm{z}\frac{\delta\varphi(\mathrm{x},\mathrm{y})}{\delta\mathrm{y}} \tag{3.67}$$

Donde tenemos dos expresiones para φ una en función de y y la otra en función de x. Integramos y llegamos a lo siguiente:

$$\varphi = -\frac{\mathrm{y}^2}{2\mathrm{z}(\mathrm{x})} + \mathrm{cte}\ \mathrm{y}\ \ \varphi = -\int \frac{\mathrm{x}}{\mathrm{z}(\mathrm{x})}\mathrm{dx} \tag{3.68}$$

Si se cumple la siguiente condición:

$$\frac{y_{máx}^2}{2z_{min}^2}\left|\frac{dz(x)}{dx}\right|_{máx} \ll 1,$$

La solución para la distribución de fase es:

$$\varphi(\mathrm{x},\mathrm{y}) = -\frac{\mathrm{y}^2}{2\mathrm{z}(\mathrm{x})} - \int \frac{\mathrm{x}}{\mathrm{z}(\mathrm{x})}\mathrm{dx} + \mathrm{cte} \tag{3.69}$$

Luego $$\varphi(x,y) = -\frac{y^2}{2(\frac{x\Delta z}{L}+d)} - \frac{Lx}{\Delta z} + (\frac{L}{\Delta z})^2 d \ln\left|\frac{x\Delta z}{L} + d\right| + cte \tag{3.70}$$

A esta distribución se le ha asignado el nombre de “**ojo de pavo**” debido a las zonas de este elemento.

4. FORMACIÓN DE IMÁGENES DESDE LA ÓPTICA DE FOURIER

En este capítulo damos los conceptos fundamentales necesarios desde la óptica de Fourier para describir la formación de imágenes. Se hace uso de la transformada de Fourier y del teorema de la convolución, para simular la propagación del campo en los diferentes planos del sistema óptico propuesto.

4.1 Transformada de Fourier

La transformada de Fourier es una aplicación que hace corresponder a una función $f(x)$ de valores complejos x, otra función $G(v)$ proporcional a [24]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{f(x)exp}(-2\pi \mathrm{ixv})\mathrm{dx} \tag{4.1}$$

En el caso bidimensional, la transformada de Fourier de $f(x,z)$ se define de la siguiente forma [25]:

$$G(u,v) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x,z)\exp[-2i\pi(ux+vz)]dxdz \tag{4.2}$$

Donde $\boldsymbol{u}$ y $\boldsymbol{v}$ en la óptica, son frecuencias espaciales correspondientes a las coordenadas espaciales x y z respectivamente. Esta operación se denota como $TF\{f(x,z)\} = G(u,v)$. Similarmente, la transformada de Fourier inversa está dada por:

$$f(x,z) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} G(u,v)\exp[2i\pi(ux+vz)]dudv \tag{4.3}$$

La notación abreviada para esta operación es $TF^{-1}\{G(u,v)\} = f(x,z)$.

4.2 Teorema de la convolución

Uno de los teoremas importantes en la óptica de Fourier es el teorema de la convolución.

Si $f(x,y)\ y\ g(x,y)$ son dos funciones, la convolución entre ellas, denotada como $\otimes$ se define operacionalmente de la siguiente forma [26]:

$$f(x,y)\otimes g(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x',y')\mathrm{g}(\mathrm{x}-\mathrm{x}',\mathrm{y}-\mathrm{y}')dx'dy' \tag{4.4}$$

Ahora, si $TF\{f(x,y)\}$ y $TF\{g(x,y)\}$ son las transformadas de Fourier de $f(x,y)$ y $g(x,y)$ respectivamente, podemos utilizar el teorema de la convolución, el cual establece que la transformada de Fourier de la convolución entre dos funciones es igual al producto de las transformadas de Fourier respectivas, por lo tanto, si $TF\{f(x,y)\otimes g(x,y)\}$ es la transformada de Fourier de $f(x,y)\otimes g(x,y)$ entonces [27]:

$$TF\{f(x,y)\otimes g(x,y)\} = \ TF\{f(x,y)\}TF\{g(x,y)\} \tag{4.5}$$

4.3 Principio de Huygens- Fresnel

Para comprender cómo se propaga el campo del plano objeto a los planos de transmitancia e imagen en el sistema óptico, es importante abordar el Principio de Huygens-Fresnel el cual establece que cada punto sin obturación de un frente de ondas, en un instante de tiempo dado, sirve como una fuente de onditas secundarias, de la misma frecuencia de la onda primaria. La amplitud del campo óptico en cualquier punto delante, es la superposición de todas estas onditas considerando sus amplitudes y fases relativas [28]

Ahora, supongamos que incide un campo $\mathrm{U}_0(\mathrm{x}_0,\mathrm{y}_0)$ en el plano de abertura, como se puede ver en la fig.4.1. La amplitud del campo difractado de una onda monocromática en el punto de interés **P** localizado a lo largo de $r = \ \|\vec{r}\|$ debida a una abertura, se puede expresar a partir del principio de Huygens-Fresnel de la siguiente forma:

$$U(P) = \frac{1}{i\lambda}\iint_{\Sigma}\ U_0(x_0\,,y_0)\frac{e^{ikr}}{r}\ cos(\hat{n},\hat{r})dx_0dy_0 \tag{4.6}$$

Donde $cos(\hat{n},\hat{r})$ se conoce como el factor de oblicuidad, siendo $\cos(\hat{n},\hat{r}) \approx 1$ cuando las distancias axiales son mucho mayores que las distancias laterales. Por otra parte, el campo en el plano de observación $\mathrm{U(P)}$ se puede interpretar como una superposición de ondas esféricas divergentes $\frac{e^{ikr}}{r}$ procedentes de fuentes secundarias localizadas en cada punto $(\mathrm{x_0}, \mathrm{y_0})$ de la apertura **Σ.**

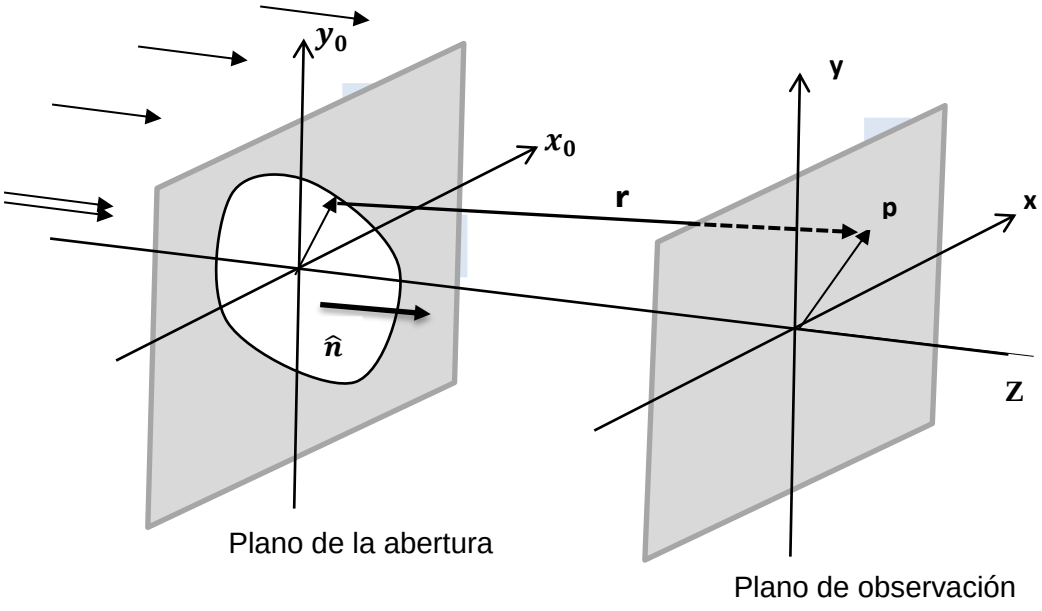


Fig.4.1 Esquema para describir el principio de Huygens-Fresnel

4.3.1 Aproximación de Fresnel y aproximación de Fraunhofer

Si ahora suponemos, que la distancia desde el punto en el plano de la abertura de difracción al punto en el plano de observación es mucho mayor que el tamaño de la abertura, entonces [29]:

$$\frac{1}{r} \approx \frac{1}{z} \qquad y \qquad \cos(\hat{n},\hat{r}) \approx 1$$

Aproximamos la magnitud del vector de posición **r** hasta un segundo término usando el teorema del binomio, esto es, reescribiendo la magnitud de **r** :

$$r = z\sqrt{1 + \left(\frac{x - x_0}{z}\right)^2 + \left(\frac{y - y_0}{z}\right)^2}$$

Expandimos $$r \approx z[\,1 + \frac{1}{2}\left(\frac{x-x_0}{z}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{y-y_0}{z}\right)^2$$

Se obtiene la amplitud del campo en el plano de observación:

$$U(P) = \frac{e^{kiz}}{iz\lambda}\iint_{-\infty}^{\infty} U_0(x_0, y_0) e^{\frac{ik}{2z}[(x-x_0)^2+(y-y_0)^2]} dx_0 dy_0 \qquad (4.7)$$

Esta es la expresión para la **difracción de Fresnel o difracción de campo cercano.**

Ahora supongamos que $$h(x, y) = \frac{e^{kiz}}{iz\lambda} * e^{\frac{ik}{2z}[(x)^2+(y)^2]} \qquad (4.8)$$

La integral puede escribirse como:

$$U(P) = \iint_{-\infty}^{\infty} U_0(x_0, y_0) h(x - x_0, y - y_0) dx_0 dy_0 \qquad (4.9)$$

La cual tiene forma de convolución. Entonces podemos expresar la integral en la forma:

$$U(P) = U_0(x, y) \otimes h(x, y) \qquad (4.10)$$

Encontramos su transformada de Fourier y por el teorema de la convolución llegamos a la expresión:

$$TF\{U(P)\} = TF\{U_0(x_0, y_0)\} TF\{h(x, y)\} \qquad (4.11)$$

Donde a la función $\boldsymbol{F\{h(x, y)\}}$ se le conoce como **función de transferencia** y da cuenta de los efectos que ésta causa en el dominio de las frecuencias, en general se denota como $\boldsymbol{H(f_x, f_y)}$.

La expresión (4.11) no es más que la propagación en el espacio libre en aproximación paraxial del espectro angular de la amplitud de campo complejo entre los planos de abertura y observación. Finalmente, la amplitud de campo en el plano de observación se encuentra con la transformada inversa de Fourier.

Con respecto a la llamada Aproximación de Fraunhofer, se presenta cuando la fuente y el plano de observación se encuentran muy lejos de la abertura [30]. Para determinar la integral de difracción de Fraunhofer, desarrollamos los binomios en la integral de difracción de Fresnel y aproximamos:

Binomios $(x - x_0)^2 = x^2 - 2xx_0 + {x_0}^2,\ (y - y_0)^2 = y^2 - 2yy_0 + {y_0}^2$

Aproximación $z \gg \frac{k}{2}({x_0}^2 + {y_0}^2) \rightarrow\ e^{\frac{ik}{2z}({x_0}^2+{y_0}^2)} \rightarrow 1$

Donde $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Encontramos la ecuación conocida como la **integral de difracción de Fraunhofer o de campo lejano:**

$$U(P) = \frac{e^{kiz}}{iz\lambda} e^{\frac{ik}{2z}(x^2+y^2)} \iint_{-\infty}^{\infty} U_0(x_0, y_0) e^{-i2\pi(ux_0+vy_0)} dx_0 dy_0 \qquad (4.12)$$

Donde $\boldsymbol{u = \frac{x}{\lambda z}}$ $\quad \boldsymbol{y} \quad$ $\boldsymbol{v = \frac{y}{\lambda z}}$

Esta integral se puede expresar en términos de una transformada de Fourier bidimensional

$$U(P) = \frac{e^{kiz}}{iz\lambda} e^{\frac{ik}{2z}(x^2+y^2)} TF\{U_0(x_0, y_0)\} \qquad (4.13)$$

Lo anterior ecuación significa que la amplitud compleja del patrón de difracción de Fraunhofer es proporcional a la transformada de Fourier de la distribución del campo óptico en el plano de abertura.

4.4 Función de Transferencia de Modulación: MTF

Dado que nuestro sistema formador de imágenes, sistemas de inspección visual y los sistemas de video vigilancia hacen uso de luz incoherente espacialmente, abordaremos la teoría de Fourier para sistemas ópticos iluminados incoherentemente.

Para el análisis de la calidad de las imágenes formadas por los elementos difractivos hemos utilizado como métrica óptica la función de transferencia de modulación MTF (siglas en

ingles Modulation Transfer Function) que se define como el módulo de la función de transferencia óptica incoherente OTF (siglas en ingles Optical Transfer Function), siendo ésta última la transformada de Fourier de la respuesta al impulso $|\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})|^{\boldsymbol{2}}$ conocida comúnmente como la función de punto extendido PSF (siglas en inglés Point Spread Function) y $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})$ no es más que la distribución del campo en el plano imagen, producida por el objeto fuente puntual.

En un sistema espacialmente invariante o isoplanático y con iluminación incoherente, la intensidad en un punto de la imagen viene dada por la convolución entre la función de punto extendido $|\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{y})|^{\boldsymbol{2}}$ y la intensidad de la imagen ideal dada por la óptica geométrica $\boldsymbol{I_g}(\widetilde{\boldsymbol{x_0}},\widetilde{\boldsymbol{y_0}})$**,** esto es, la intensidad de una réplica exacta del objeto aumentado e invertido:

$$\mathrm{I_i(x,y)} = \iint_{-\infty}^{\infty} |\mathrm{h}(\mathrm{x}-\widetilde{\mathrm{x_0}},\mathrm{y}-\widetilde{\mathrm{y_0}})|^2 \mathrm{I_g}(\widetilde{\mathrm{x_0}},\widetilde{\mathrm{y_0}})\mathrm{d}\widetilde{\mathrm{x_0}}\mathrm{d}\widetilde{\mathrm{y_0}} \tag{4.14}$$

En donde $\widetilde{\boldsymbol{x_0}}$ y $\widetilde{\boldsymbol{y_0}}$ se le conoce como coordenadas reducidas del objeto y están definidas en términos de las coordenadas del plano objeto $\boldsymbol{X_1}-\boldsymbol{Y_1}$, siendo $\boldsymbol{M}$ la magnificación, $\boldsymbol{d_i}$ la posición imagen y $\boldsymbol{d_o}$ la posición objeto:

$$\widetilde{\mathrm{x_0}} = \mathrm{Mx_1} \text{ y } \widetilde{\mathrm{y_0}} = \mathrm{My_1} \text{ con } \mathrm{M} = -\frac{\mathrm{d_i}}{\mathrm{d_o}}$$

La ecuación (4.14) nos dice que en un sistema óptico con iluminación incoherente, la respuesta es lineal en intensidad y la podemos expresar de la siguiente manera:

$$\mathrm{I_i(x,y)} = |\mathrm{h(x,y)}|^2 \otimes \mathrm{I_g(x,y)} \tag{4.15}$$

Siendo $\otimes$ la convolución entre $|\mathrm{h(x,y)}|^2$ y $\mathrm{I_g(x,y)}$

Y utilizando el teorema de la convolución, tenemos:

$$\mathrm{G_{i(}f_x,f_y\,)} = \mathrm{H(f_x,f_y\,)G_{g(}f_x,f_y\,)} \tag{4.16}$$

Donde $\mathrm{G_{g(}f_x,f_y\,)}$ es la transformada de Fourier normalizada de la imagen ideal, dada por:

$$\mathrm{G_{g(}f_x,f_y\,)} = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} \mathrm{I_g}(\widetilde{\mathrm{x_0}},\widetilde{\mathrm{y_0}})\exp[-\mathrm{i}2\pi(\mathrm{f_x}\widetilde{\mathrm{x_0}}+\mathrm{f_y}\widetilde{\mathrm{y_0}}\,)]\mathrm{d}\widetilde{\mathrm{x_0}}\mathrm{d}\widetilde{\mathrm{y_0}}}{\iint_{-\infty}^{\infty} \mathrm{I_g}(\widetilde{\mathrm{x_0}},\widetilde{\mathrm{y_0}})\mathrm{d}\widetilde{\mathrm{x_0}}\mathrm{d}\widetilde{\mathrm{y_0}}} \tag{4.17}$$

En tanto que la transformada de Fourier normalizada de la imagen real será:

$$G_{i(}f_x, f_y) = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{I_i(x,y) exp[-i2\pi(f_x x + f_y y)] dxdy}}{\iint_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{I_i(x,y) dxdy}} \quad (4.18)$$

Y la transformada de Fourier normalizada de la PSF es:

$$H(\boldsymbol{f_x, f_y}) = \frac{\iint_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{|h(x,y)|^2 exp[-i2\pi(f_x x + f_y y)] dxdy}}{\iint_{-\infty}^{\infty} \boldsymbol{|h(x,y)|^2 dxdy}} \quad (4.19)$$

Esta $H(\boldsymbol{f_x, f_y})$ es la **función de transferencia óptica incoherente**, comúnmente llamada **OTF**. Esta función es en general una función compleja, teniendo modulo y fase. El módulo $|H(\boldsymbol{f_x, f_y})|$ se conoce como **la función de transferencia de modulación** (**MTF**) y puede interpretarse como la respuesta del sistema a funciones senoidales de diversas frecuencias, mientras que el término de fase se denomina función de transferencia de fase [31]

La MTF juega un papel muy importante en este trabajo y permite evaluar el contraste de la imagen en función de la frecuencia espacial del objeto [32]. Sus principales propiedades son:

1. $0 \leq |H(\boldsymbol{f_x, f_y})| \leq 1$

2. $H(\mathbf{0}, \mathbf{0}) = \mathbf{1}$

3. $H(-\boldsymbol{f_x}, -\boldsymbol{f_y}) = H^*(\boldsymbol{f_x, f_y})$

4.5 Proceso de propagación

En esta sección se analiza el proceso de propagación del campo desde el plano objeto al plano imagen. Para esto, consideremos el plano objeto $X_0 – Y_0$ donde se toma como objeto un emisor puntual ubicado en (X_0, Y_0). Ahora, definimos el plano transmitancia $X_T – Y_T$ ubicado a una distancia Z_1 del plano objeto, como se observa en la fig.4.2. La propagación del campo, producido por la fuente puntual, justo antes del plano transmitancia está dada por la ec(4.6) en su aproximación paraxial:

$$\boldsymbol{U'}(X_T, Y_T) = \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{kiz}_1}}{\mathrm{iz}_1\lambda}\iint_{-\infty}^{\infty}\mathrm{U}_0(\mathrm{x}_0,\mathrm{y}_0)\mathrm{e}^{\frac{\mathrm{ik}}{2\mathrm{z}_1}[(\mathrm{x_t}-\mathrm{x}_0)^2+(\mathrm{y_t}-\mathrm{y}_0)^2]}\mathrm{dx}_0\mathrm{dy}_0 \qquad (4.20)$$

Y se puede reescribir de la siguiente forma:

$$\mathrm{U}'(X_T, Y_T) = \iint_{-\infty}^{\infty}\mathrm{U}_0(\mathrm{x}_0,\mathrm{y}_0)\mathrm{h}(x_t - x_0, y_t - y_0)dx_0dy_0 \qquad (4.21)$$

Donde

$$h(X_T, Y_T) = \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{kiz}_1}}{iz_1\lambda} * \boldsymbol{e}^{\frac{\mathrm{ik}}{2z_1}[(\boldsymbol{x_t})^2+(\boldsymbol{y_t})^2]}$$

Como el objeto es un emisor puntual ubicado en (X_0, Y_0), se resuelve la integral y el campo justo antes del plano transmitancia está dado por:

$$U'(X_T, Y_T) = \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{kiz}_1}}{iz_1\lambda} * e^{\frac{ik}{2z_1}[(x_t-x_0)^2+(y_t-y_0)^2]} \qquad (4.22)$$

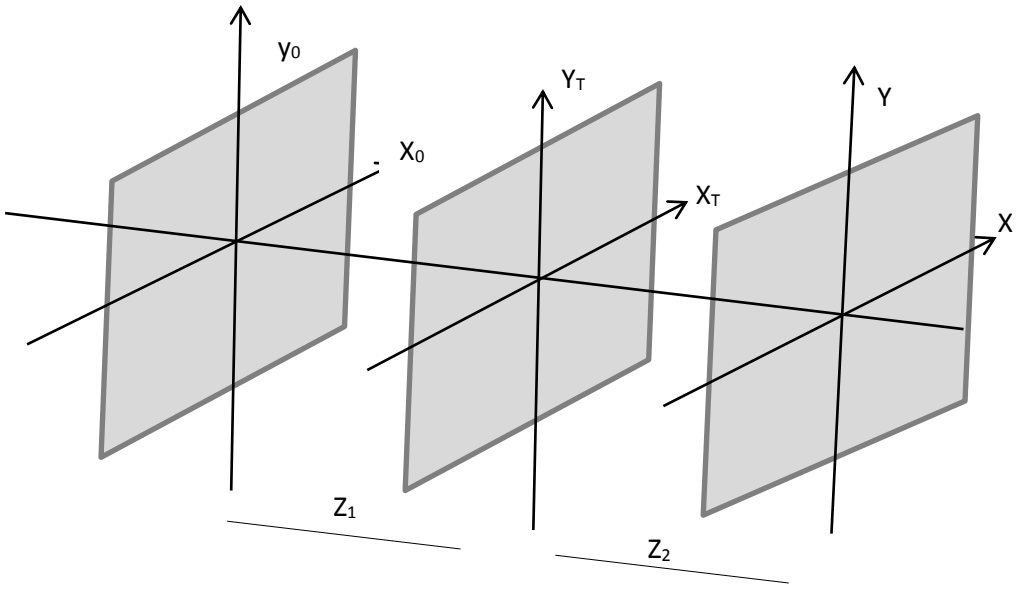


Fig.4.2 Esquema básico de un sistema formador de imágenes

En el plano transmitancia se encuentra la fase del elemento difractivo y está limitada por la pupila $\boldsymbol{P(X_T, Y_T)}$**.** Teniendo en cuenta que se asumen transmitancias delgadas, el campo justo después del plano X_T – Y_T está dado por:

$$U(X_T, Y_T) = U'(X_T, Y_T)P(X_T, Y_T)e^{ik\varphi(X_T, Y_T)} \qquad (4.23)$$

Donde $\varphi(X_T, Y_T)$ es la distribución de fase del elemento difractivo

Finalmente, aplicando la integral de difracción en su aproximación paraxial hasta el plano imagen X – Y se encuentra el campo $U_i(\mathrm{x},\mathrm{y})$ que no es más que el campo producido en (x, y) proveniente de una fuente puntual, comúnmente llamada la función de punto extendido coherente. Para encontrar la función de punto extendido incoherente o **PSF** se encuentra el módulo cuadrado de la función de punto extendido coherente $U_i(\mathrm{x},\mathrm{y})$:

$$\mathbf{PSF} = |U_i(\mathrm{x},\mathrm{y})|^2$$

Para encontrar la imagen en un sistema incoherente se hace uso de la ecuación (4.14) y del teorema de la convolución:

$$\mathrm{TF}\{\mathrm{I_i}(\mathrm{x},\mathrm{y})\} = \mathrm{TF}\{|U_i(\mathrm{x},\mathrm{y})|^2\}\mathrm{TF}\{\mathrm{I_g}(\mathrm{x},\mathrm{y})\} \tag{4.24}$$

Donde $I_g(x,y)$ es la intensidad de la imagen ideal dada por la óptica geométrica. Luego, se encuentra la transformada de Fourier inversa de $\mathrm{TF}\{\mathrm{I_i}(\mathrm{x},\mathrm{y})\}$

En el presente trabajo, para propagar el campo del plano transmitancia al plano imagen se utiliza el propagador llamado **Fresnel Impulso Response (IR)** [33] cuya propagación se hace con base a la expresión:

$$\mathrm{TF}\{U_i(\mathrm{x},\mathrm{y})\} = \mathrm{TF}\{U(\mathrm{x},\mathrm{y})\}\mathrm{TF}\{\mathrm{h}(\mathrm{x},\mathrm{y})\} \tag{4.25}$$

Donde $\mathrm{h}(\mathrm{x},\mathrm{y})$ está dada por la ecuación ec.(4.7), $U_i(\mathrm{x},\mathrm{y})$ es el campo en el plano imagen y $U(\mathrm{x},\mathrm{y})$ el campo en el plano transmitancia.

5. SIMULACIÓN Y RESULTADOS PARA UN SISTEMA DE INSPECCIÓN VISUAL

Con el fin de elegir una de las lentes difractivas vistas en el capítulo 3 para un sistema de inspección visual, se hace la simulación de cada una de las lentes con los parámetros que se muestran en la tabla 5-1. Estos parámetros se proponen para un sistema de inspección visual que requiera capturar imágenes con buena calidad para objetos ubicados en el rango[2] de los 200 mm hasta los 2000 mm respecto al plano transmitancia. Para lograr esta profundidad de foco, cada una de las transmitancias de fase se diseñan con un segmento focal de valor 1.62 mm, cuyos extremos sobre el eje óptico son [18.18 mm 19.80 mm].Este segmento se encuentra utilizando la ecuación gaussiana de las lentes. El plano imagen se encuentra a una distancia de 20 mm respecto al plano transmitancia.

Es importantes precisar que esta distancia entre planos imagen y transmitancia varía en función de la cámara a utilizar y de lo que se quiera enfocar en alguna aplicación en particular. Para lograr la distancia de 20 mm en este sistema de inspección y para la distancia de 25 mm en el sistema de video-vigilancia que se hablará más adelante, se puede utilizar una montura o tubo de extensión. Esta montura consiste en un anillo que se coloca entre la cámara y la lente variando la distancia este ésta y el sensor CCD/ CMOS.

Con fines comparativos también se hace la simulación de un sistema monofocal con longitud focal de 18.18 mm.

[2] Este rango se propone para un sistema de inspección particular. El interesado puede elegir el rango dependiendo de las dimensiones de los elementos que se quieren inspeccionar

Tabla 5-1: Parámetros de simulación

Elemento difractivo	Diámetro (mm)	Diámetro Exterior (mm)	Diámetro Interior (mm)	Segmento focal (mm)
Sistema monofocal	3.0			18.18
Axicon logarítmico delantero	3.0			18.18 - 19.80
Axicon logarítmico delantero anular	3.0	3.0	1.0	18.18 - 19.80
Axicon logarítmico retrógrado	3.0			18.18 - 19.80
Axicon logarítmico retrógrado anular	3.0	3.0	1.0	18.18 - 19.80
Axicon cuártico delantero	3.0			18.18 - 19.80
Axicon cuártico retrógrado	3.0			18.18 - 19.80
La Espada de luz	3.0			18.18 - 19.80
El ojo de pavo	3.0			18.18 - 19.80

La simulación se lleva a cabo utilizando Matlab con matrices de 2048 x 2048 pixeles con intervalo de muestreo de 0.002 mm por pixel para cada uno de los planos del sistema óptico. Este último valor se obtiene a partir de la expresión [33]:

$$\Delta X = \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{M}} \tag{5.1}$$

Donde ΔX es el intervalo de muestreo, M el tamaño de matriz, en este caso de 2048 pixel y L es la longitud lateral de los planos objeto e imagen, con valor de 4 mm. Además L debe satisfacer la condición [33]:

$$\mathrm{L} \leq \frac{\lambda M z}{2D} \tag{5.2}$$

Siendo λ la longitud de onda, z la distancia entre el plano transmitancia y plano imagen, D el diámetro de la pupila.

Se utiliza una longitud de onda de 632.8 nm correspondiente a un láser de He-Ne y una pupila de 3 mm de diámetro. Con este tamaño de pupila y el intervalo de muestreo propuesto se cumple la condición (5.2)

En la fig.5.1 se muestra el objeto o imagen ideal el cual está compuesto de dos pares de optotipos en forma de **E** orientados en diferentes direcciones. La letra **E** con mayor dimensión tiene un tamaño de 200 x 200 pixeles que corresponde a un área de 0.4 mm x0.4 mm y las **E** con menor dimensión presentan un tamaño de 40x40 pixeles, para un área de 0.08 mm x0.08 mm. Estas letras, mayor y menor dimensión, pueden considerarse como parte de una red de Ronchi [34-35] y les corresponde frecuencias espaciales de 6.25 c/mm[3] y 31.25 c/mm, respectivamente.



Fig.5.1 Objeto o imagen ideal

Para cada una de las transmitancias de fase, se forman imágenes en el plano de salida utilizando diferentes distancias de plano objeto **P,** como se muestra en las tablas. Para esto, y teniendo en cuenta que estamos en un sistema óptico incoherente, se utiliza la ec (4.14) y el Teorema de la Convolución, siendo $\boldsymbol{I_g(x,y)}$ el objeto o imagen ideal de la fig.5.1 y $\boldsymbol{|h(x,y)|^2}$ la **PSF** o la función de punto extendido incoherente que se encuentra, al propagar el campo de un emisor puntual ubicado en el plano objeto, pasando por el plano transmitancia hasta llegar al plano imagen.

Para evaluar la calidad de estas imágenes, se utiliza como métrica óptica la **Función de transferencia de modulación MTF**. Ésta permite obtener información de cómo se deterioran las frecuencias en el sistema formador de imágenes y por ende, cómo se afecta el contraste de la imagen en el sistema óptico. Se observa en general, que para frecuencias espaciales bajas o cercanas a cero, el contraste de la imagen es alta, pero cae a cero para las frecuencias espaciales altas, sin embargo, esta atenuación gradual de las frecuencias espaciales depende de la transmitancia de fase utilizada en el sistema. En consecuencia,

[3] c/mm = ciclo/milímetro

para realizar el análisis del comportamiento de la MTF y por lo tanto de la alteración del contraste de la imagen, se construyen gráficas de MTFs[4] en función de las frecuencias espaciales. Estas gráficas se obtienen al propagar el campo de un emisor puntual del plano objeto al plano imagen y de encontrar la función de transferencia óptica incoherente, comúnmente llamada **OTF**. Cabe resaltar que para un sistema óptico con iluminación incoherente limitado por difracción, la frecuencia de corte incoherente en la imagen es el doble de la frecuencia de corte coherente [36] y está dada por la ecuación:

$$\mathrm{f_{inc}} = \frac{2\mathrm{R}}{\lambda \mathrm{z}} \tag{5.3}$$

Donde **R** es el radio de la pupila, $\boldsymbol{\lambda}$ es la longitud de onda y **z** es la distancia de propagación desde el plano transmitancia hasta el plano imagen, que en este caso es 20 mm. Utilizando esta ecuación para los parámetros propuestos, se encuentra la frecuencia de corte incoherente, cuyo valor es 237.04 (c/mm). Esta es la máxima frecuencia espacial que puede ser encontrada en la imagen. Es importante tener en cuenta que la frecuencia espacial más alta disponible en la imagen ideal es la frecuencia de Nyquist $f_N = \frac{1}{2*\Delta v}$ donde Δv es el intervalo de muestreo. Para una simulación de un sistema óptico limitado por difracción se requiere que:

$$\mathrm{f_{inc}} \leq \mathrm{f_N} \tag{5.4}$$

En este caso, la frecuencia de Nyquist tiene el valor de 250 (c/mm).

La condición dada por la desigualdad (5.2) se produce porque no se puede modelar frecuencias espaciales que no están presentes en la imagen ideal

5.1 Discusión de los resultados

En este apartado vamos a analizar los resultados de las simulaciones que se realizaron para los axicones logarítmicos delantero y retrógrado, sus versiones anulares, los axicones cuárticos, el elemento óptico espada de luz y el ojo de pavo. Como la calidad visual de la

[4] La MTF es una función de superficie tridimensional y se toman cortes transversales en todas las gráficas.

imagen depende fuertemente del contraste, se construyen gráficas de MTF en función de las frecuencias espaciales, para determinar en qué rango estas frecuencias contribuyen o están presentes en la formación de la imagen.

En cuanto a las imágenes que se muestran en este capítulo, se obtienen realizando la convolución entre la imagen ideal y la función de punto extendido incoherente. Estos resultados sirven para realizar una evaluación visual de la imagen y ayudan a entender un poco más las gráficas de MTF. Es importante aclarar que este proceso de convolución no da cuenta de la magnificación de la imagen ni de las posibles orientaciones con respecto al objeto, sin embargo, nos permite estudiar los efectos que produce en ella un sistema limitado por difracción al propagar el campo desde el plano objeto al plano imagen.

Para este sistema formador de imágenes, la distancia objeto P aumenta desde los 200 mm hasta los 2000 mm, siendo esta distancia, la separación entre el plano objeto y el plano transmitancia. Para cada posición de objeto se encuentra la respectiva imagen y la gráfica de MTF en función de las frecuencias espaciales.

5.1.1 Criterios para evaluar la calidad de los resultados

Como se dijo anteriormente, para analizar las imágenes de salida y por ende la gran profundidad de foco de las diferentes transmitancias de fase, se construyen gráficas de MTF en función de las frecuencias espaciales. Para realizar este análisis, se establecen tres criterios que permiten seleccionar un rango de distancias con ciertas características que contribuyen en la determinación de la profundidad de foco de cada elemento difractivo. Los criterios son los siguientes:

1. **El primer cruce por cero de MTF**: Mientras más alejado esté el primer cero de MTF del origen (0, 0) más frecuencias espaciales contribuyen a la formación de la imagen. Más allá de este primer cero la MTF presenta oscilaciones con valores nulos (tiene algunas excepciones) lo que equivale a una pérdida de contraste de la imagen. Estas frecuencias espaciales en donde la MTF es nula son frecuencias que el sistema no pudo resolver y no están presentes en la imagen.

Este criterio también es importante para determinar qué rango de frecuencias espaciales altas, importantes para los detalles de la imagen, están presentes en la imagen.

Las tablas 5-6, 5-7 y 5-8 presentan la frecuencia especial correspondiente al primer cero de la MTF para cada axicon, sistema monofocal, el elemento óptico ojo de pavo y la espada de luz. Con los datos de estas tablas, se construyen las figs. 5.3, 5.4, 5.5 y 5.6

2. Área bajo la curva de la MTF: Otro de los aspectos que se analizan en las MTFs es el área bajo la curva de dicha función. Mientras mayor sea el área, principalmente antes del primer cero de MTF, el contraste es relativamente mejor en la imagen. Este proceso de análisis se hará a partir de la comparación de gráficas de MTF que se encuentren con cada una de las transmitancias de fase.

3. **Valores de MTF correspondientes al objeto:** Cada uno de los objetos de prueba en el sistema formador de imágenes forman parte de una red de Ronchi y por lo tanto presentan una frecuencia espacial. Para evaluar la calidad de las imágenes encontradas en la simulación, se busca el valor de dicha frecuencia en cada una de las gráficas de MTF.

Las tablas 5-9, 5-10, 5-11 presentan el valor de MTF correspondiente a la frecuencia espacial (31.25 c/mm) del objeto. Las figs 5.6, 5.7 y 5.8 muestran la variación del valor de la MTF para dicha frecuencia espacial en función de la posición objeto.

Igualmente, las tablas 5-12, 5-13 y 5-14 muestran la variación de la MTF correspondiente a la frecuencia espacial (6.25 c/mm). Las figs 5.9, 5.10 y 5.11 también muestran la variación de la MTF de dicha frecuencia espacial en función del plano objeto.

5.1.2 Análisis del sistema monofocal

Para el sistema monofocal se propone una lente enfocada para una distancia objeto de 200 mm y distancia imagen de 20 mm. Utilizando la ecuación gaussiana de las lentes se encuentra la longitud focal, cuyo resultado es 18.18 mm y se procede a realizar las simulaciones. En la tabla 5-2 se observa que para dicha distancia de objeto, la MTF presenta un comportamiento monótono decreciente, lo cual se espera para un sistema monofocal ideal con iluminación incoherente. Para dicha distancia, encontramos que después de la frecuencia espacial de 237.04(c/mm) la MTF es prácticamente nula.

Cuando se aleja el plano objeto **P** respecto al plano transmitancia, las MTFs comienzan a presentar rápidas oscilaciones con valores nulos. Este comportamiento se hace más notorio a medida que nos acercamos al valor de 2000 mm, en donde los valores de MTFs dejan de ser significativos prácticamente en todo el rango de frecuencias espaciales. Esto se puede observar en la fig.5.3 donde el rango de frecuencias espaciales que se transfieren antes del primer cero de MTF se reduce notoriamente a medida que aumenta la posición del plano objeto, pasando de un rango de [0 237] (c/mm) para la distancia de 200 mm a un rango muy inferior de [0 4.65] (c/mm) para la distancia de objeto de 2000 mm.

En la tabla 6-3 se observa que la imagen de salida pierde contrate a medida que aumentamos la posición objeto hasta volverse irreconocible para la posición objeto de 2000 mm. Este comportamiento se puede describir a partir de las figs. 5.7 y 5.11 donde los valores de MTF de las frecuencias espaciales de los objetos utilizados en la simulación caen considerablemente después de alejarse de la posición de enfoque.

5.1.3 Análisis del axicón logarítmico delantero y su versión anular

La tabla 5-2 muestra el comportamiento de la MTF en función de las frecuencias espaciales para el axicon logarítmico delantero. En dicha tabla se puede observar que las gráficas de MTF presentan un perfil monótono decreciente para posiciones de plano objeto inferiores a los 300 mm. Por encima de este valor, la MTF muestra oscilaciones con valores nulos. Estas oscilaciones aumentan en todo el espacio de las frecuencias espaciales a medida que nos acercamos a la distancia objeto de 2000 mm, lo cual se puede interpretar como un bajo contraste de la imagen. Este comportamiento también se evidencia con la fig. 5.3 donde se muestra el rango de frecuencias espaciales que se transfiere antes del primer cero de MTF en función de la posición objeto. Allí se observa que este rango disminuye a medida que aumenta la posición del plano objeto. Es importante también precisar que para el rango de distancias entre 200 mm y un poco más allá de los 500 mm se transfiere un importante número de frecuencias espaciales con valores de MTF significativos.

La Tabla 5-3 muestra una secuencia de imágenes de salida formadas por este axicon. Se observa que la imagen pierde contraste a medida que aumenta la posición del plano objeto, esto es más evidente para el objeto de menor tamaño, donde su valor de MTF es menor

que 0.1 para distancias de plano objeto superiores que 1100 mm, como se muestra en la figura 5.7. Aunque para el objeto de frecuencia espacial de 6.25 c/mm el valor de MTF es mejor, esta frecuencia está cerca de la primera oscilación de la MTF, lo cual también afecta el contraste de dicha imagen.

En el axicon logarítmico anular delantero, con radios de R_1=0.5 mm y de R_2=1.5, se observa un comportamiento similar al del elemento anterior. En la fig.5.3 se muestra que el rango de frecuencias espaciales que se transfiere antes del primer cero de MTF disminuye a medida que aumenta la posición del plano objeto. Este rango se reduce un poco más respecto al axicon logarítmico. Además, se evidencia que la MTF empieza a oscilar a distancias un poco más abajo de los 300 mm hasta los 2000 mm, mostrando que no mejora con respecto al axicon logarítmico delantero. Estas oscilaciones aumentan a medida que aumenta la distancia objeto, lo cual se traduce en un bajo contraste de la imagen.

Con respecto a las imágenes, la tabla 5-3 y las figs 5.7 y 5.11 nos muestra que su contraste no se mantiene en todo el rango de distancias de plano objeto, sino que disminuye a medida que nos acercamos a la distancia de 2000 mm.

Es importante precisar que la transmitancia del axicon cuártico se obtiene como una aproximación de la transmitancia del axicon logarítmico. Es por esto, que los resultados encontrados para el axicon cuártico delantero son prácticamente los mismos que los del axicon logarítmico delantero.

5.1.4 Análisis del axicon logarítmico retrógrado y su versión anular

La fig.5.4 presenta el rango de frecuencias espaciales que se transfiere antes del primer cero de MTF para los dos axicones. Se observa, a diferencia del axicón delantero y su versión anular, que este rango de frecuencias antes del primer cero es mucho más amplio a medida que aumenta las distancias del plano objeto, siendo más notorio a partir de la distancia de 500 mm donde las oscilaciones de la MTF empiezan a disminuir.

Si miramos el área bajo de la curva antes de este primer cero de MTF para estas primeras distancias de plano objeto, tabla 5-2, se observa que el área es relativamente mayor para

el axicon logarítmico retrógrado respecto a su versión anular, lo que significa que para las frecuencias espaciales antes del primer cero de MTF se presentan mejores valores de contraste. Sin embargo, es evidente por la presencia de rápidas oscilaciones en la MTF que estos axicones no ofrecen buenos resultados para estas primeras distancias del plano objeto. Pero estas oscilaciones disminuyen a medida que nos acercamos a posiciones de plano objeto por encima del valor de 500 mm.

Con respecto a las imágenes de salida encontradas con estos axicones, la fig.5.8 muestra que el contraste de la imagen correspondiente al objeto de frecuencia espacial de 31.25 c/mm se mantiene por encima de 0.1 a medida en que aumentamos la distancia del plano objeto. En la fig.5.12 también se observan valores importantes de contraste en la imagen de salida para un rango importante de distancias, aunque es importante resaltar que para las primeras distancias, el contraste se ve afectado por las oscilaciones con valores nulos de MTF.

Es importante precisar que la transmitancia del axicon cuártico retrógrado se obtiene como una aproximación de la transmitancia del axicon logarítmico retrógrado. Es por esto, que los resultados encontrados para el axicon cuártico retrógrado son prácticamente los mismos que los del axicon logarítmico y por eso no se presentan sus resultados.

5.1.5 Análisis del elemento óptico ojo de pavo

A diferencia de las transmitancias de fase de los axicones, el elemento óptico ojo de pavo no presenta simetría de revolución, es decir, depende tanto de la coordenada radial como de la coordenada azimutal. Por tal motivo, se presentan dos perfiles de respuestas frecuenciales. Para esto, se hacen dos secciones o cortes transversales de las MTFs, un corte en la dirección X, la primera columna, y un corte dirección Y, la segunda columna, como se muestra en la tabla 5-4. Como en los casos anteriores, las gráficas de MTF están en función de las frecuencias espaciales y se construyen para el mismo rango de distancias del plano objeto respecto al plano transmitancia, es decir, desde los 200 mm hasta los 2000 mm.

El primer aspecto que se observa en las gráficas de MTF son las pocas o escasas oscilaciones con valores nulos en el espacio de las frecuencias espaciales, aspecto muy notorio en los axicones. Este comportamiento es más evidente en la dirección X donde las curvas de MTF presentan un comportamiento monótono decreciente y por lo tanto no presenta valores nulos, principalmente entre los 1000 mm a los 2000 mm. La tabla 5-7 contiene los valores de las frecuencias espaciales para el primer cero de MTF para los dos cortes en función de las distancias del plano objeto. Estos datos aparecen graficados en la fig.5.5 y allí se puede observar un rango importante de frecuencias espaciales antes del primer cero de MTF que contribuyen a la formación de la imagen. Se observa un rango de frecuencias espaciales más amplio que los presentados por los axicones para algunas de las distancias de plano objeto.

Un aspecto para resaltar en la MTF tomada para este corte o sección en dirección X, es el hecho que las frecuencias espaciales para el valor de contraste de 0.1, tomándolo como punto de referencia, presentan valores por encima de los 40 c/mm para distancias de plano objeto superiores a los 1000 mm.

Respecto al corte en dirección Y, se observa que las gráficas de MTF también presentan pocas oscilaciones sin llegar a valores de cero. Pero un comportamiento que lo diferencia de la dirección en X, es la disminución de sus valores de contraste a medida que la distancia objeto se acerca a 2000 mm, como se observa en la tabla 5-4. Este hecho se puede notar cuando analizamos las frecuencias espaciales para el valor de MTF de 0.1. Sus valores disminuyen a medida que aumentados la distancia del plano objeto.

Ahora, si miramos las imágenes de salida encontradas con este elemento difractivo, se observa que las letras se reconocen para todas las distancias del plano objeto, sin embargo, y como lo muestra las figs.5.9 los valores de contraste para la dirección Y caen por debajo de 0.1 para las distancias un poco más allá de los 1000 mm. En dirección X los valores de contraste se mantienen un poco más constantes, alrededor de 0.15 para estas mismas distancias de plano objeto.

En la fig.5.13 los detalles descritos anteriormente son menos notorios aunque si se puede observar que para la frecuencia espacial de 6.25 c/mm de la letra, los valores de MTF son relativamente mejores en la dirección X para las distancias superiores a los 1000 mm.

5.1.6 Análisis del elemento óptico espada de luz

La tabla 5-5 muestra la función de transferencia de modulación (MTF) y las imágenes de salida para el elemento óptico espada de luz. Este elemento óptico, al igual que el ojo de pavo, no tiene simetría de revolución, por lo tanto, se presentan dos perfiles de respuestas frecuenciales, haciendo cortes transversales en las MTFs, en la dirección X, la primera columna, y en la dirección Y, en la segunda columna.

En cada una de las direcciones se observan pocas o nulas oscilaciones con valores de cero, algo muy notorio en los axicones. En la dirección X la MTF presenta un comportamiento regular, Como lo muestra la tabla 5-8, en la cual la frecuencia espacial del primer cero de MTF se mantiene prácticamente constante para todas las distancias del plano objeto. Si miramos el área bajo la curva de la MTF para este corte en X, se muestra que es un poco mayor en comparación a la presentada por el ojo de pavo en esa misma dirección. Esto se hace más notorio cuando miramos las frecuencias espaciales para el valor de 0.1 de contraste, con valores por encima de 60 c/mm para las distancias entre 200 mm y 150 mm y valores por encima de los 50 c/mm en el rango de distancias entre 1800 y 2000 mm.

En la fig.5.6 se grafican los valores de las frecuencias espaciales antes del primer cero de MTF en función de las distancias del plano objeto. Estas frecuencias espaciales antes del primer cero son frecuencias que contribuyen a la formación de la imagen. Cabe resalta que este rango de frecuencias espaciales antes del primer cero en la dirección X, es mucho más amplio en comparación a los ofrecidos por los axicones y el elemento óptico ojo de pavo.

En la dirección Y también se observa una función de MTF con pocas o escasas oscilaciones rápidas con valores nulos. A partir de los 700 mm, la MTF se estrecha en comparación a lo mostrado en la dirección X. Esto último se puede observar en la fig.5.6 donde a partir de la distancia de 700 mm las frecuencias espaciales del primer cero de MTF disminuyen en su valor. Sin embargo, observando el área bajo la curva antes del primer cero de MTF, el área es un poco mayor en comparación a la presentada por el ojo de pavo.

La tercera columna de la tabla 5-5 muestra las imágenes de salida encontradas con el elemento óptico espada de luz. Estas imágenes se pueden reconocer para todas las distancias de plano objeto, sin embargo, el contraste es un poco diferente para los trazos horizontales y verticales de los optotipos. Esto se debe a la falta de simetría de revolución de este elemento óptico. La fig.5.10 muestra el comportamiento del valor de MTF de la frecuencia espacial (31,25 c/mm) del objeto en función de la distancia objeto. Se observa que para el rango de distancias entre 200 mm y 1000 mm el contraste es mejor en la dirección Y, sin embargo, al superar la distancia de 1000 mm es mejor el contraste en la dirección X. Más allá de estas diferencias de contraste en ambas direcciones, el valor de MTF se mantiene por encima de 0.1 para todas las distancias del plano objeto, algo que lo diferencia el elemento óptico ojo de pavo.

El comportamiento de la MTF para la frecuencia espacial (6.25) de la letra E, mostrada en la fig.5.14 es similar al presentado para el otro objeto, pero sus valores de contraste se mantienen alrededor del 0.4 para las dos direcciones.

Algo muy importante para resaltar en las imágenes encontradas con el elemento óptico espada de luz son las manchas o nieblas que se observan a un costado de la letra, más evidente en la letra de mayor frecuencia espacial. La presencia de esta mancha se debe a que la función de punto extendido es una mancha focal sin simetría radial y ligeramente estirada. También se observa en las imágenes, que esta mancha cambia de posición a medida que aumenta la distancia objeto. Esto se debe a que este elemento no enfoca la luz directamente en puntos del eje óptico de la fig.5.2 sino en un pequeño segmento ρ perpendicular a éste y orientado angularmente con respecto al sector angular, un ángulo de $\frac{\pi}{2}$, ocasionando que la función de punto extendido cambie su ubicación a medida que cambia el plano objeto [37]

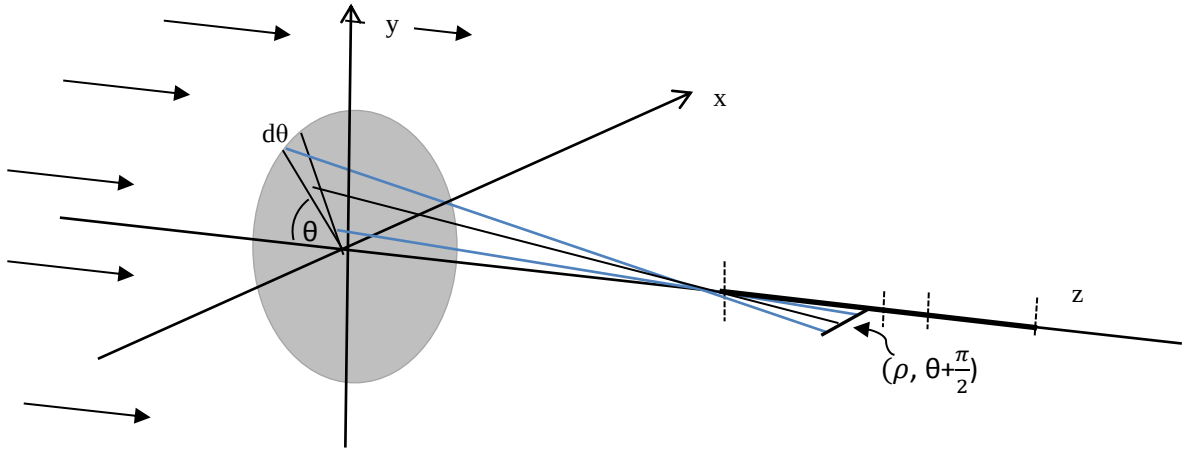
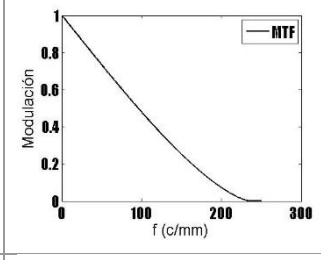
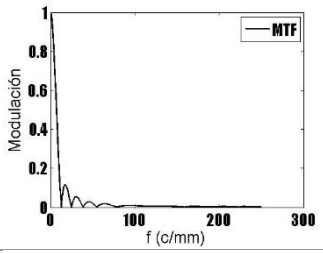
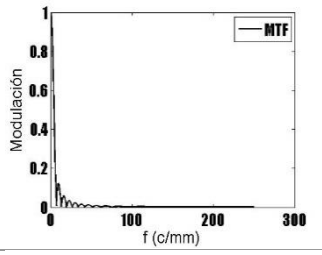
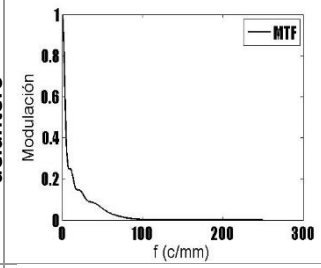
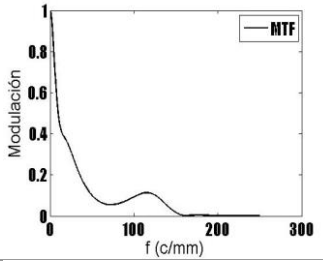
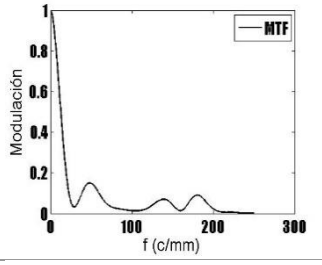
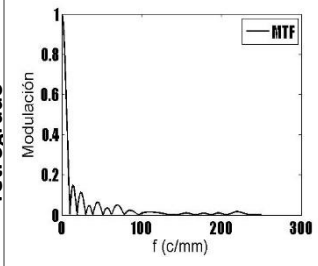
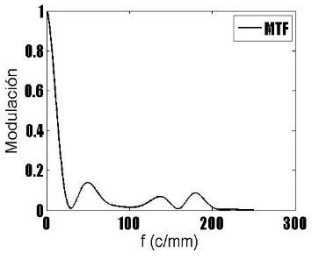
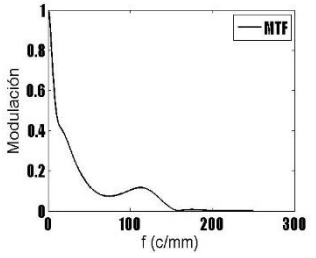
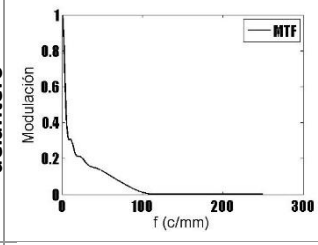
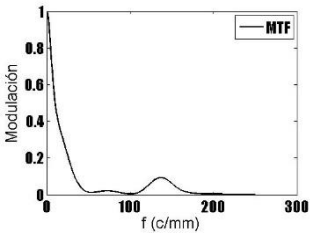
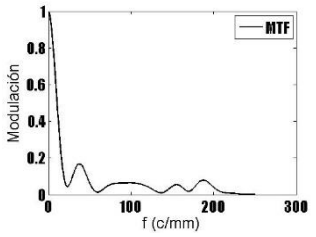
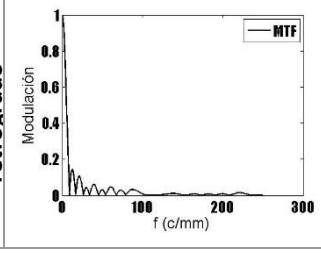
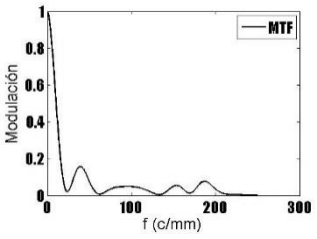
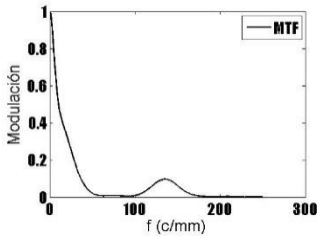
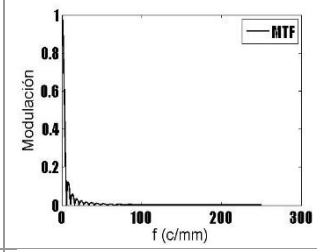
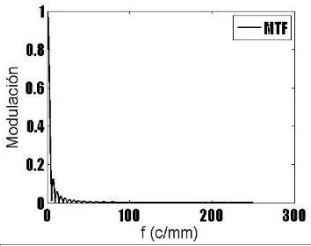
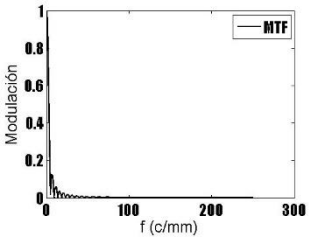
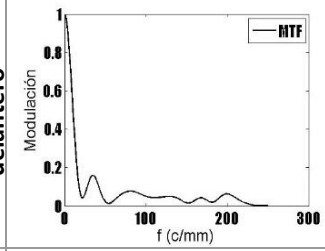
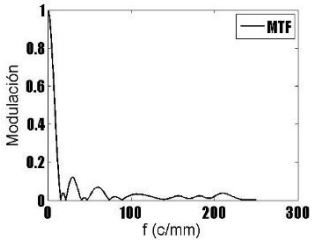
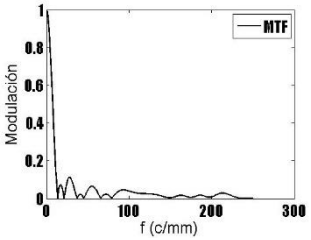
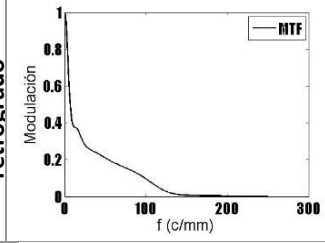
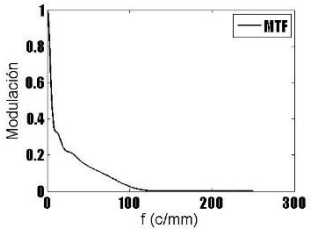
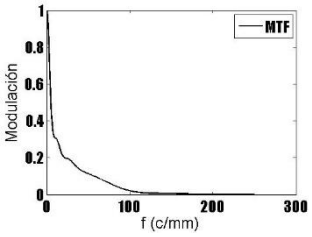
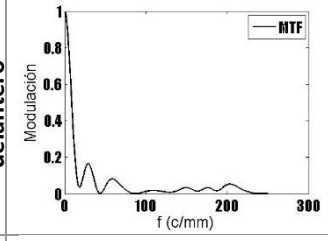
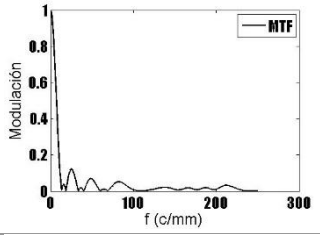
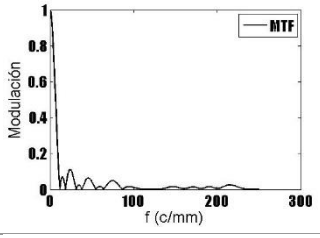
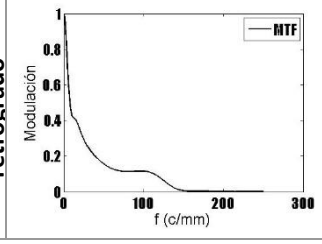
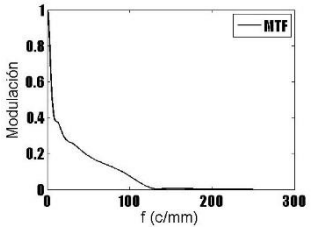
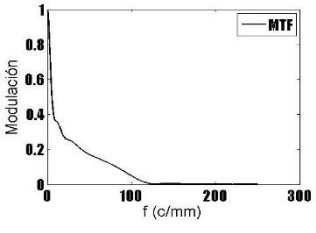


Fig.5.2 Geometría de focalización de la espada de luz. Un sector angular diferencial enfoca luz sobre el segmento de tamaño ρ con dirección perpendicular al sector angular

Tabla 5-2: MTF de axicones y el sistema monofocal en función de la distancia del plano objeto.

	P= 200 mm	P= 300 mm	P= 500 mm
Sistema monofocal			
Axicón Logarítmico delantero			
Axicón Logarítmico retrógrado			
Axicón anular delantero			
Axicón anular retrógrado			

	P= 700 mm	P= 1000 mm	P= 1200 mm
Sistema monofocal			
Axicón Logarítmico delantero			
Axicón Logarítmico retrógrado			
Axicón anular delantero			
Axicón anular retrógrado			

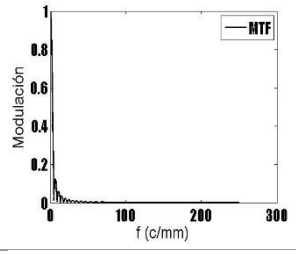
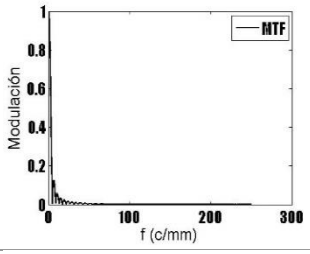
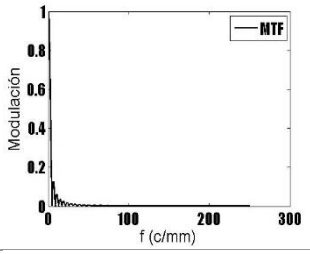
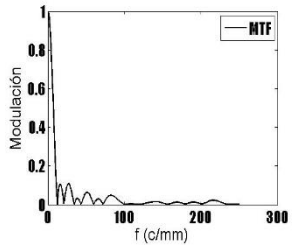
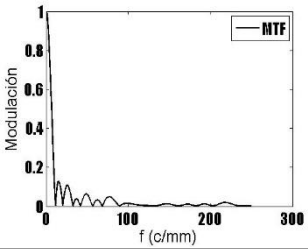
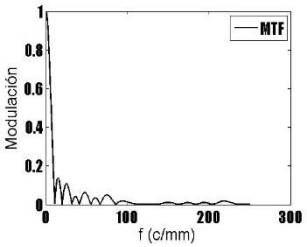
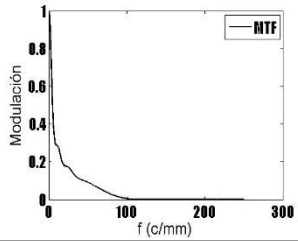
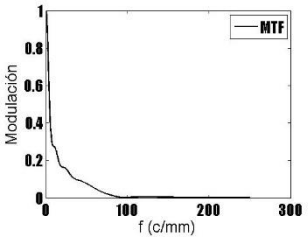
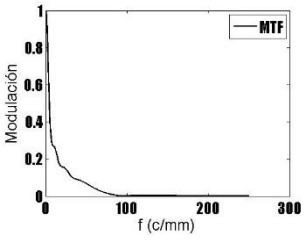
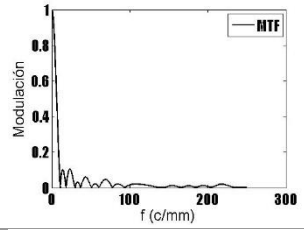
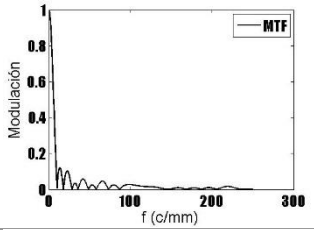
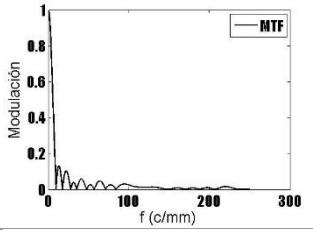
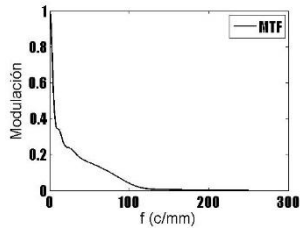
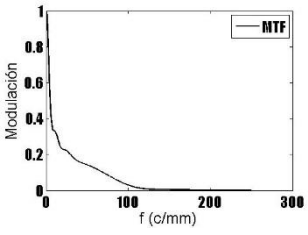
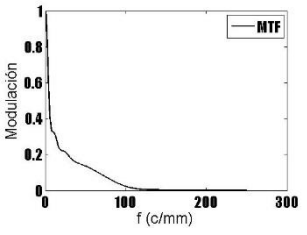
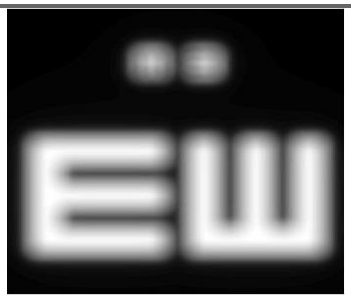
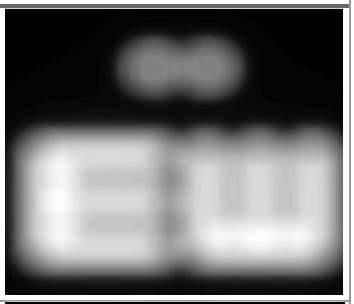
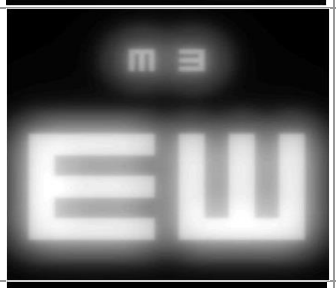
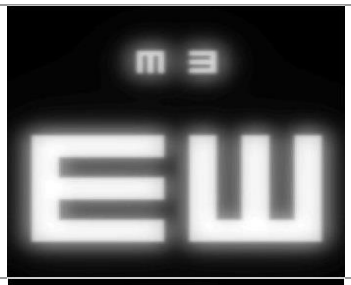
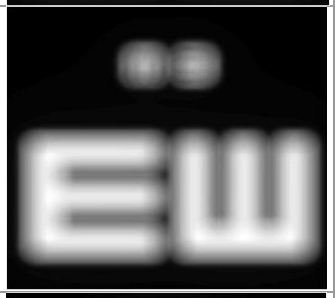
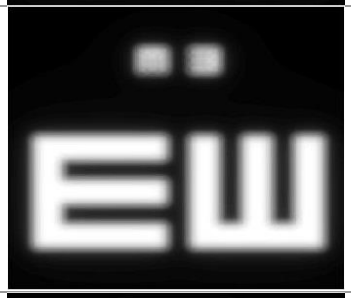
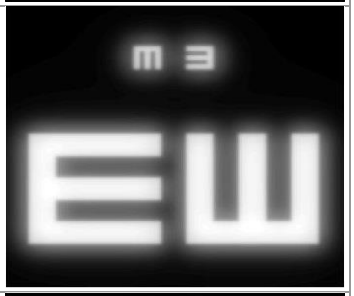
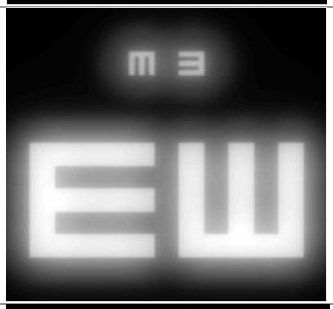
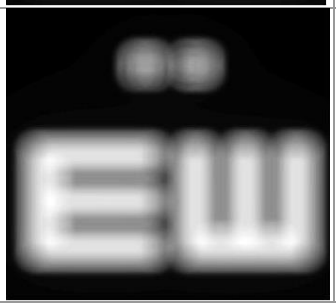
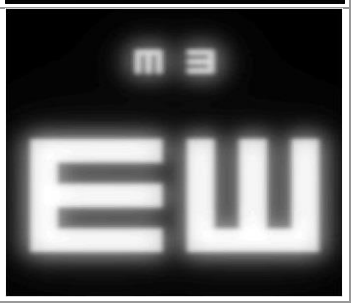
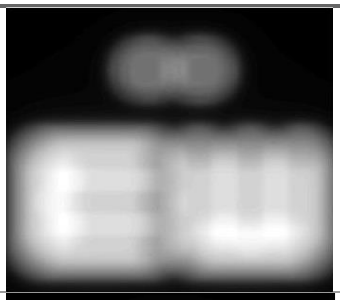
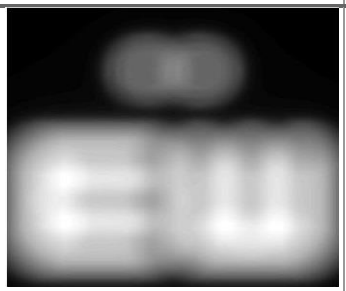
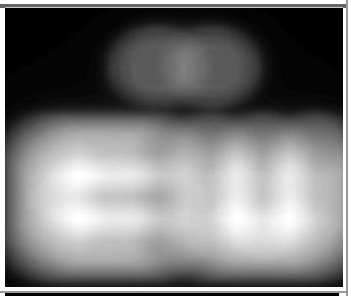
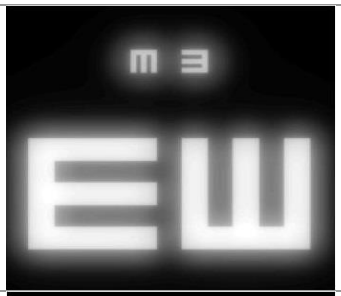
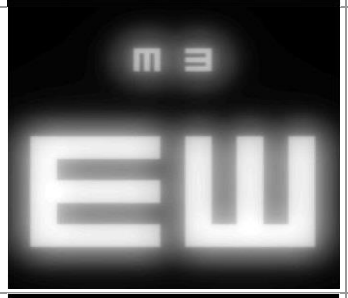
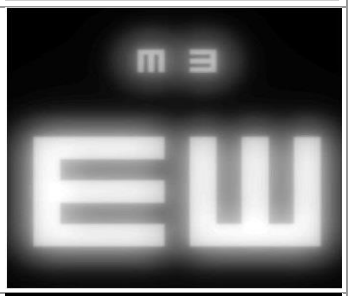
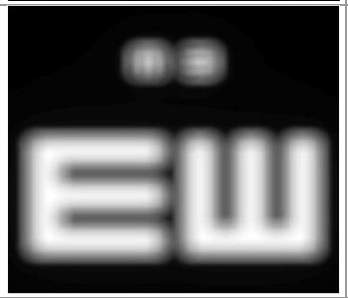
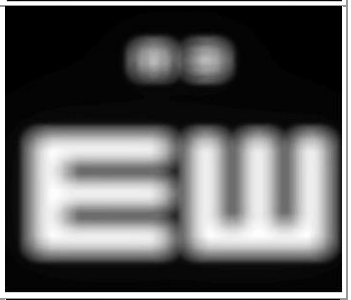
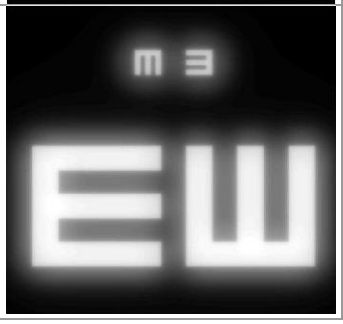
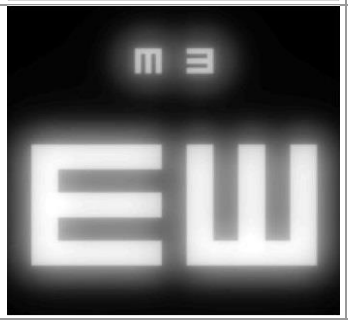
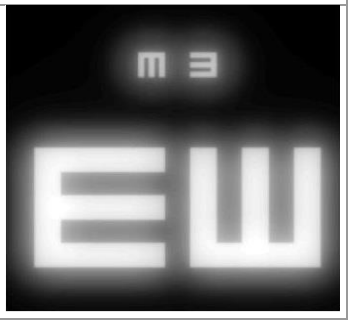
	P= 1500 mm	P= 1800 mm	P= 2000 mm
Sistema monofocal			
Axicón Logarítmico delantero			
Axicón Logarítmico retrógrado			
Axicón anular delantero			
Axicón anular retrógrado			

Tabla 5-3: Imágenes generadas por axicones y el sistema monofocal en función de la distancia del plano objeto.

	P= 200 mm	P= 300 mm	P= 500 mm
Sistema monofocal			
Axicón Logarítmico delantero			
Axicón Logarítmico retrógrado			
Axicón anular delantero			
Axicón anular retrógrado			

	P= 700 mm	P= 1000 mm	P= 1200 mm
Sistema monofocal			
Axicon Logarítmico delantero			
Axicon Logarítmico retrógrado			
Axicon anular delantero			
Axicon anular retrógrado			

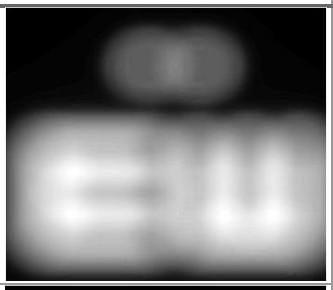
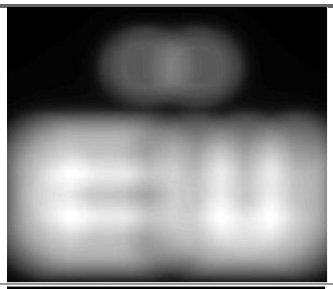
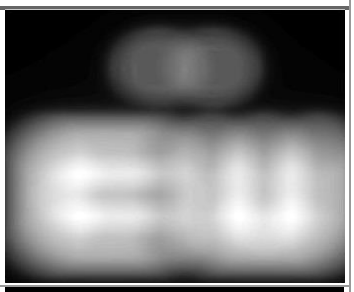
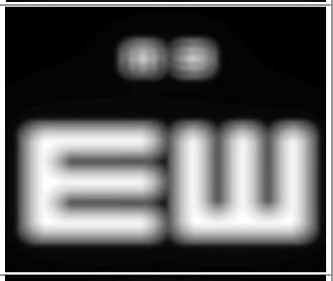
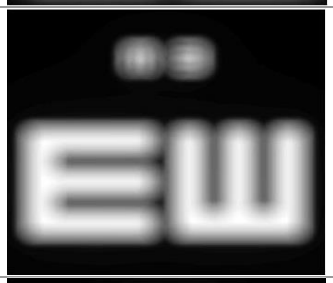
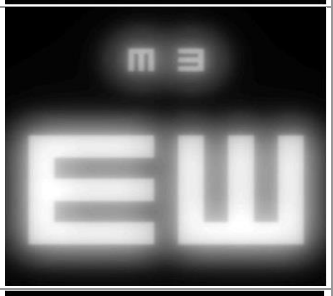
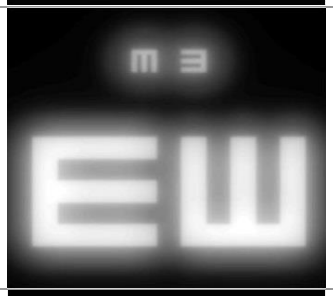
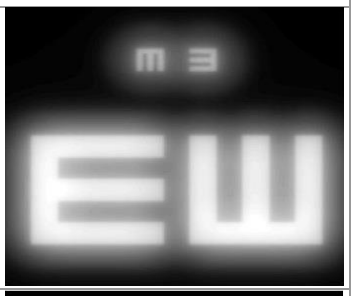
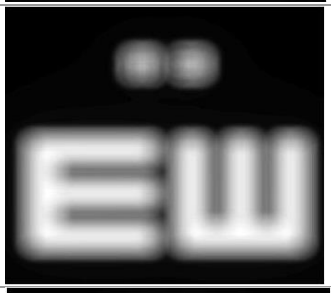
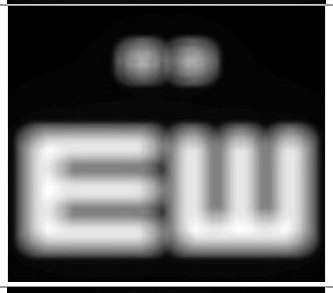
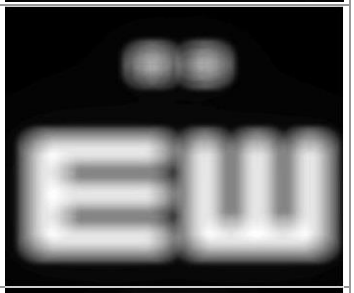
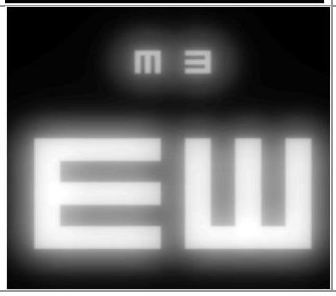
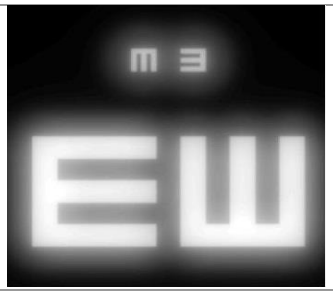
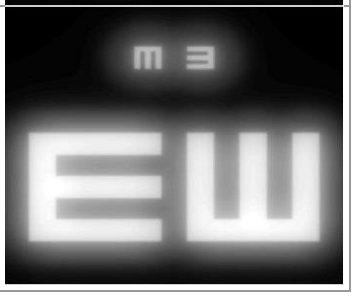
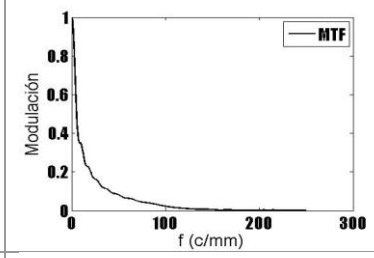
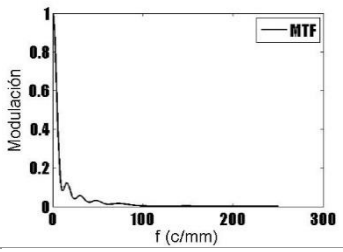
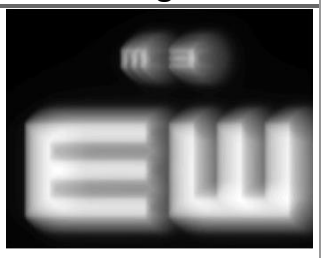
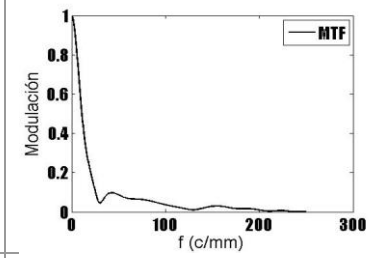
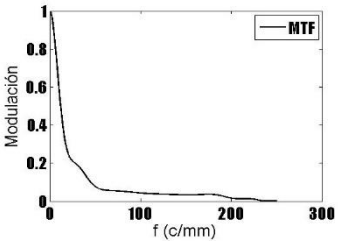
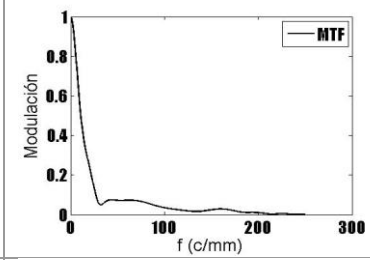
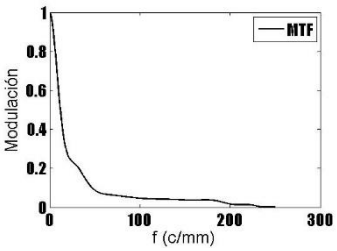
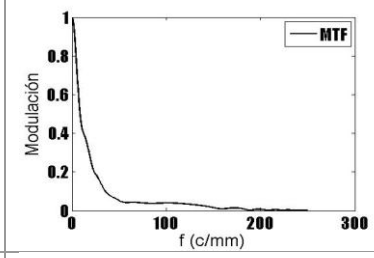
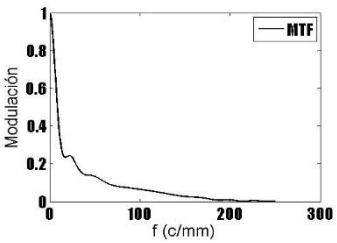
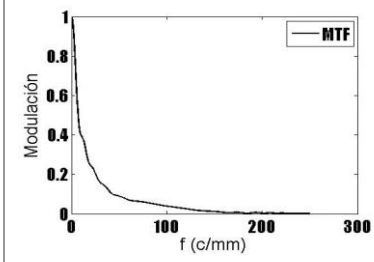
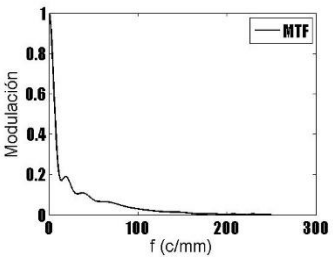
	P= 1500 mm	P= 1800 mm	P= 2000 mm
Sistema monofocal			
Axicón Logarítmico delantero			
Axicón Logarítmico retrógrado			
Axicón anular delantero			
Axicón anular retrógrado			

Tabla 5-4: MTF del elemento óptico ojo de pavo en función de la distancia del plano objeto.

	Corte dirección X	Corte dirección Y	Imagen
P= 200 mm			
P= 300 mm			
P= 500 mm			
P= 700 mm			
P= 1000 mm			

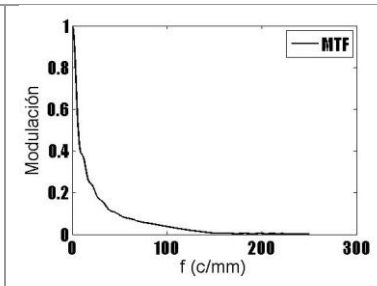
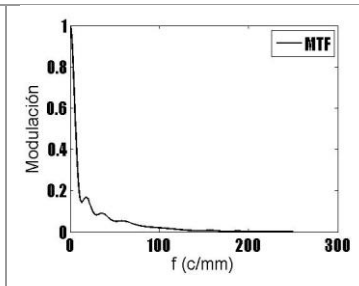
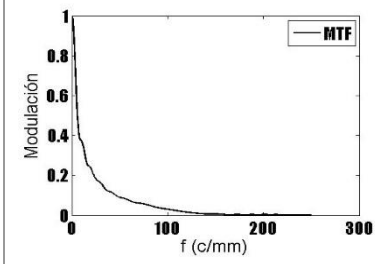
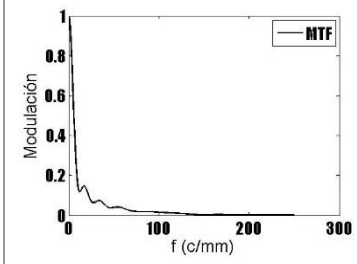
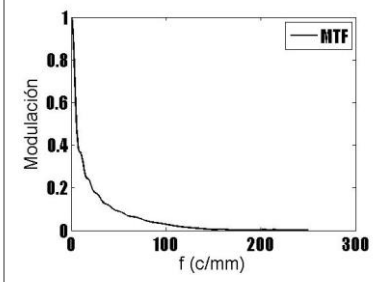
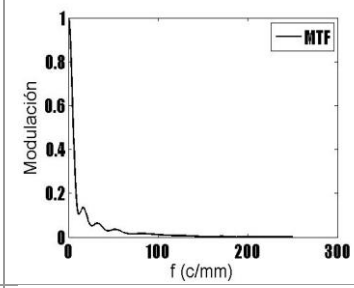
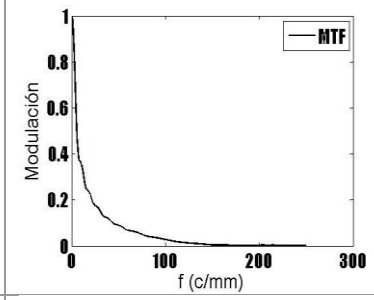
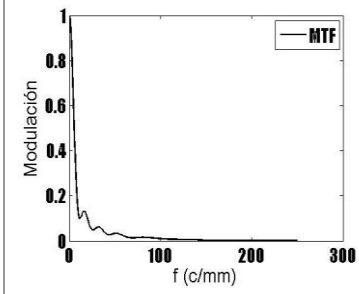
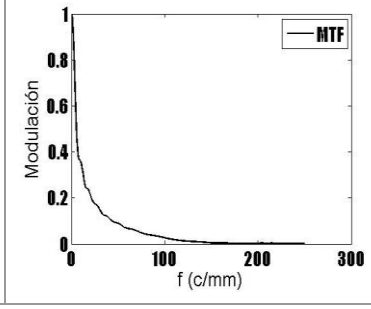
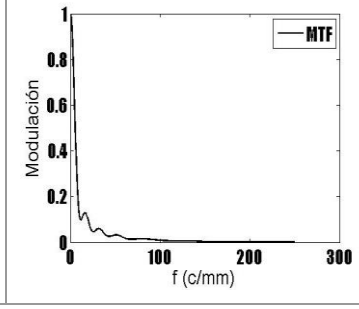
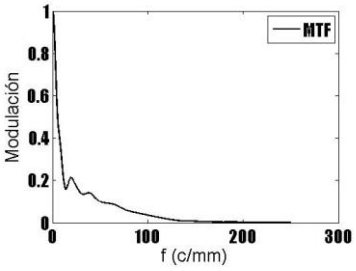
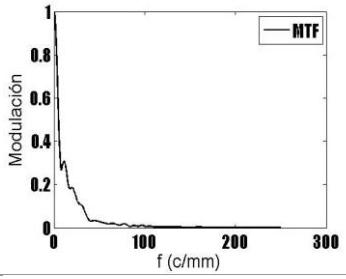
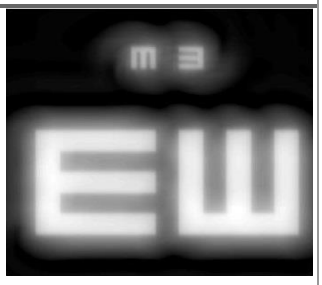
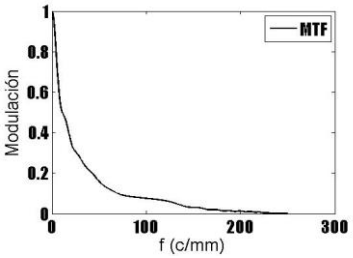
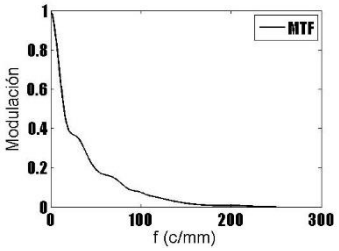
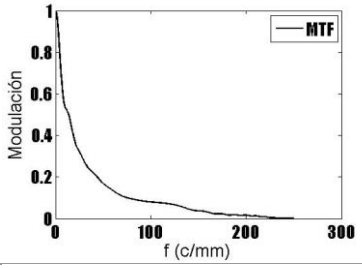
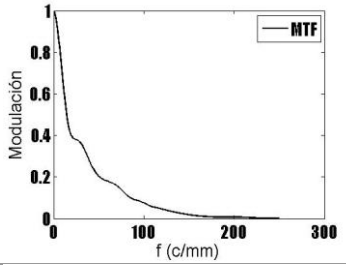
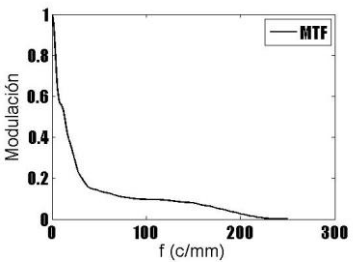
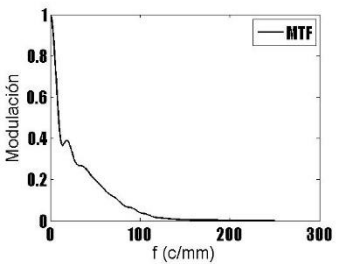
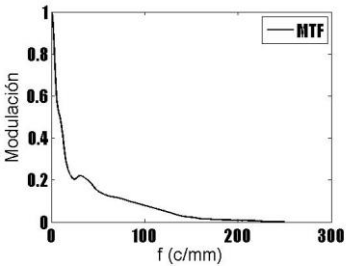
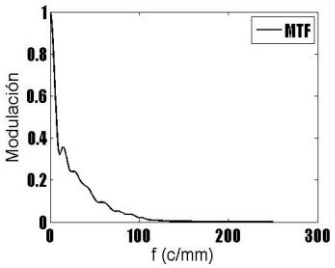
P= 1200 mm			
P= 1500 mm			
P= 1800 mm			
P= 1900 mm			
P= 2000 mm			

Tabla 5-5: MTF del elemento óptico espada de luz en función de la distancia del plano objeto.

	Corte dirección X	Corte dirección Y	Imagen
P= 200 mm			
P= 300 mm			
P= 500 mm			
P= 700 mm			
P= 1000 mm			

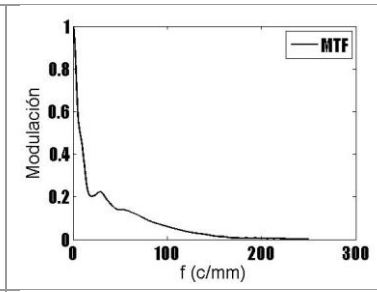
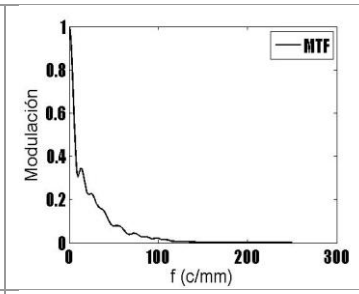
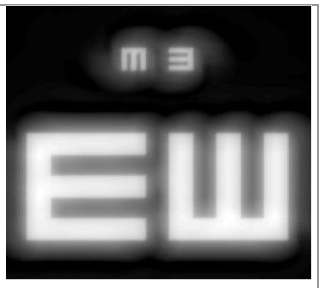
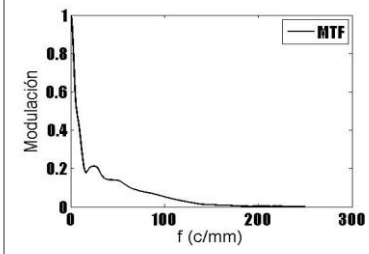
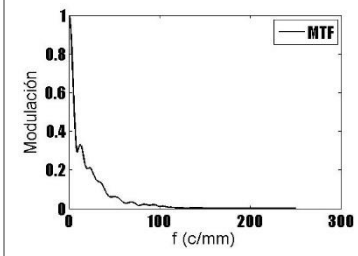
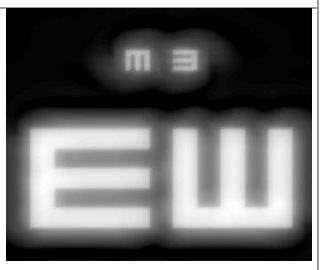
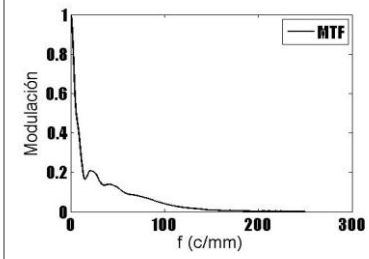
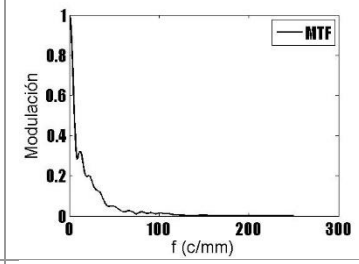
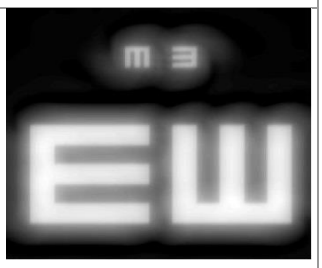
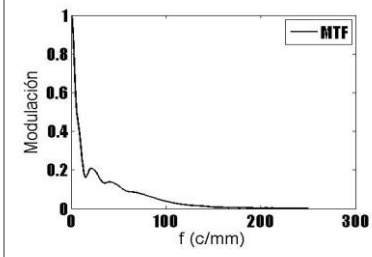
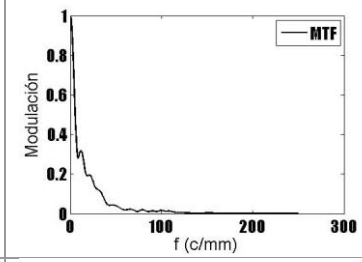
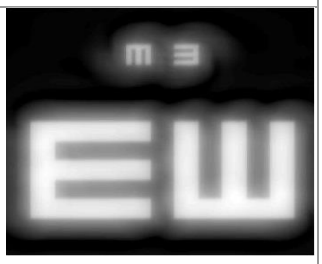
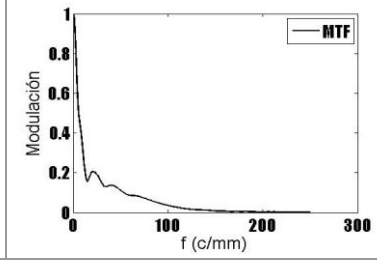
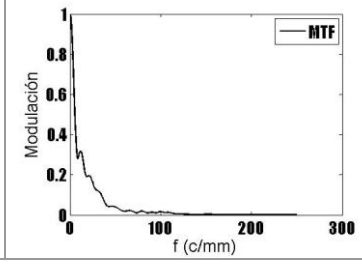
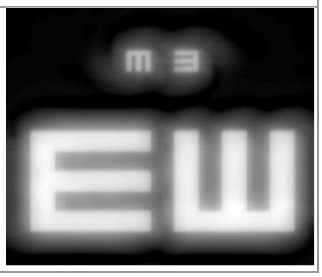
P= 1200 mm			
P= 1500 mm			
P= 1800 mm			
P= 1900 mm			
P= 2000 mm			

Tabla 5-6: Frecuencia espacial (en c/mm) del primer cero de la MTF en función de la posición objeto para los axicones y el sistema monofocal

Posición Objeto (mm)	200	300	500	700	1000	1200	1500	1800	2000
Sistema monofocal	237.04	12.95	7.08	5.86	14.405	9.25	8.78	4.5	4.65
Axicon delantero	149.75	161.38	237.04	54.02	15.65	13.65	12.21	11.46	10.98
Axicon anular delantero	114.10	100.02	237.04	43.62	18.55	11.96	10.75	10.01	9.75
Axicon retrógrado	19.04	29.35	158.92	202.88	135.65	185.75	111.14	95.96	94.24
Axicon anular retrógrado	9.25	23.75	94.85	196.25	133.55	126.95	165.75	191.50	156.9

Tabla 5-7: Frecuencia espacial (en c/mm) del primer cero de la MTF en función de la posición objeto para el elemento óptico ojo de pavo.

Posición Objeto (mm)	200	300	500	700	1000	1200	1500	1800	1900	2000
X	176.01	237.06	215.07	188.65	184.35	173.90	164.61	170.24	171.95	172.40
Y	123.62	237.04	237.04	214.61	196.92	175.50	150.28	155.75	157.61	158.6

Tabla 5-8: Frecuencia espacial (en c/mm) del primer cero de la MTF en función de la posición objeto para el elemento óptico espada de luz.

Posición Objeto (mm)	200	300	500	700	1000	1200	1500	1800	1900	2000
X	237.04	233.65	233.75	234.02	237.11	237.03	237.03	237.04	237.04	237.04
Y	148.35	237.04	237.04	237.04	183.85	150.04	156.45	135.95	137.80	138.60

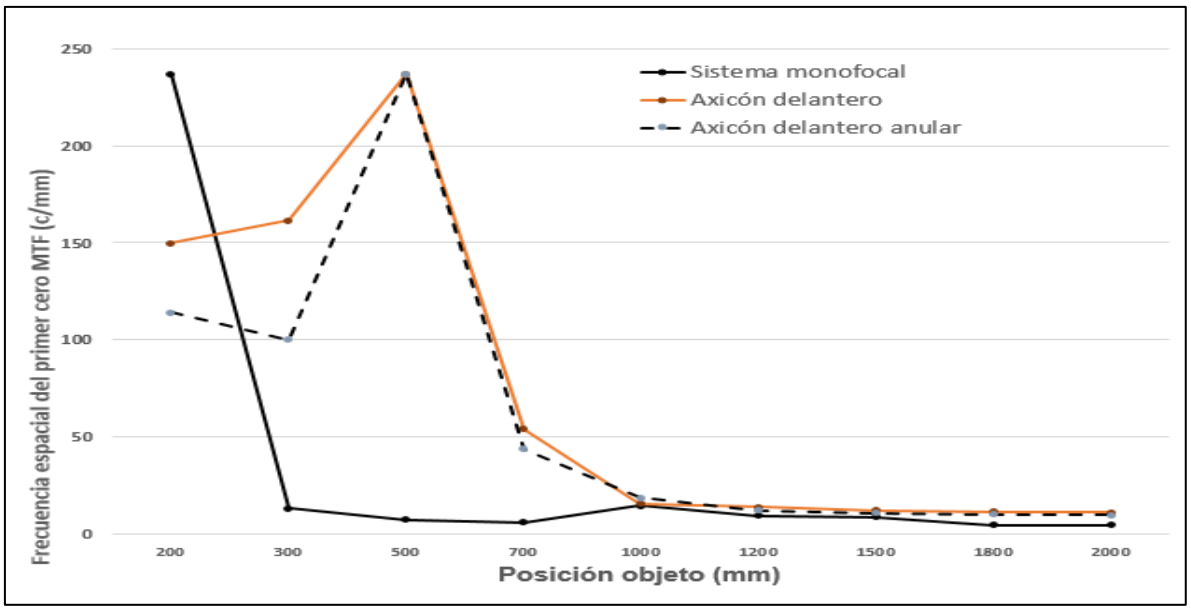


Fig.5.3 Frecuencia espacial del primer cero de MTF en función de la posición objeto para el axicon delantero, versión anular y el sistema monofocal.

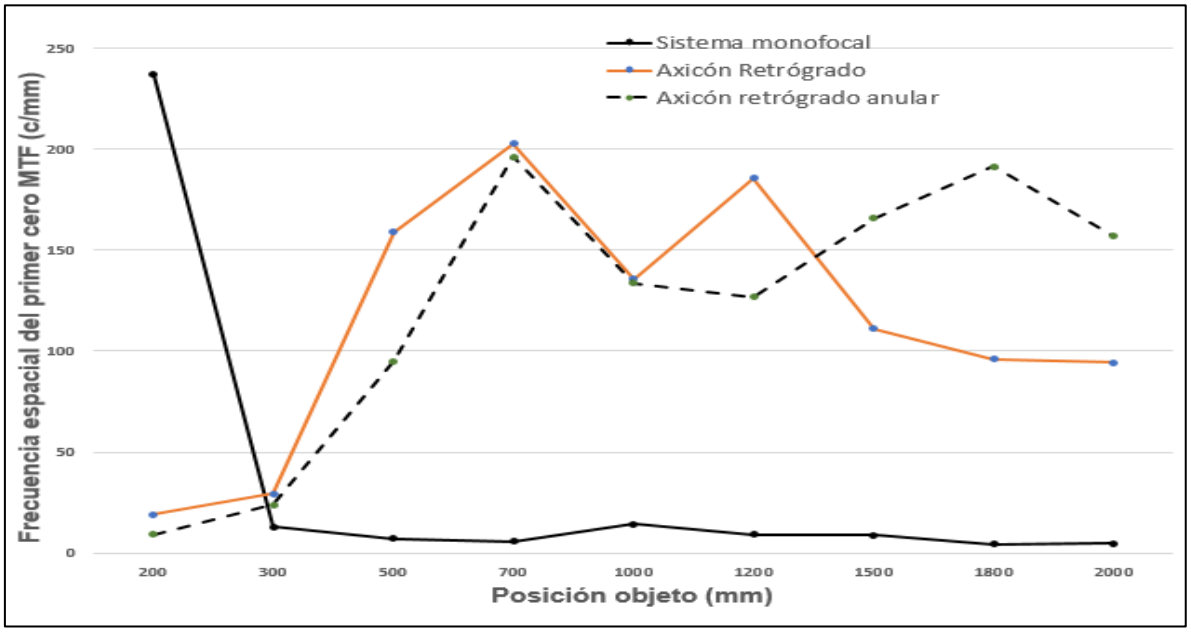


Fig.5.4 Frecuencia espacial del primer cero de MTF en función de la posición objeto para el axicon retrógrado, versión anular y el sistema monofocal.

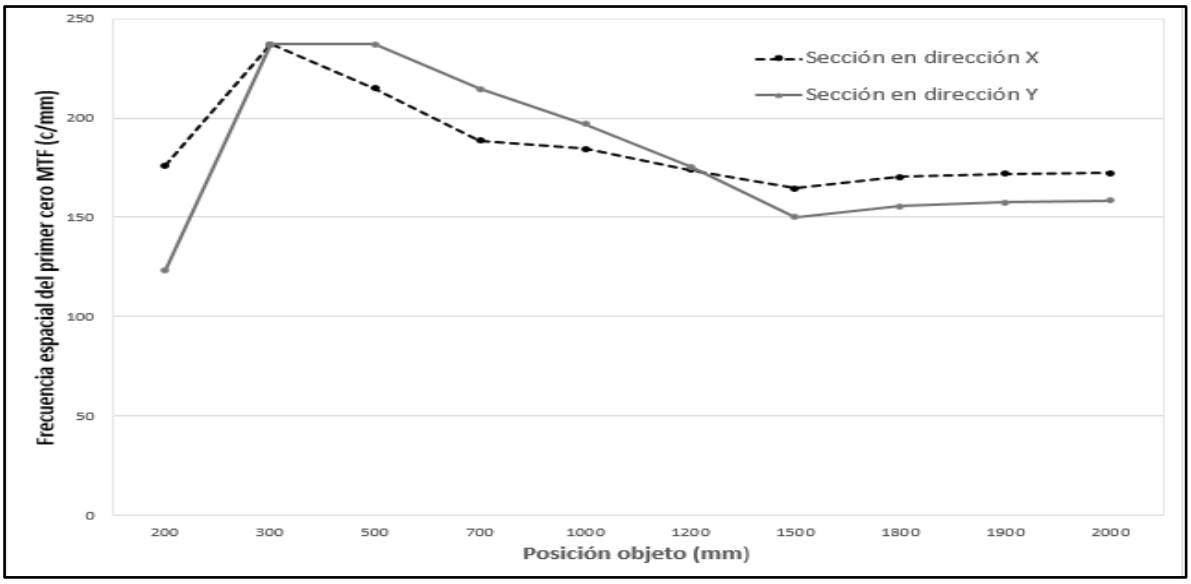


Fig.5.5 Frecuencia espacial del primer cero de MTF en función de la posición objeto para el elemento óptico ojo de pavo.

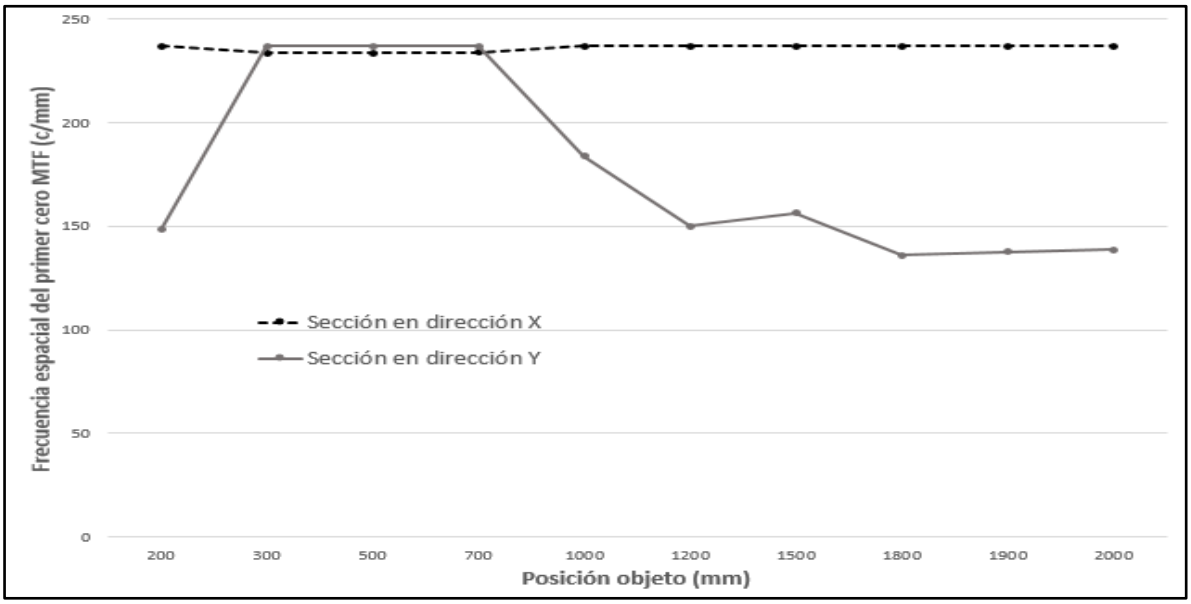


Fig.5.6 Frecuencia espacial del primer cero de MTF en función de la posición objeto para el elemento óptico espada de luz.

Tabla 5-9: Valor MTF de la frecuencia espacial del objeto (31.25 c/mm) en función de la posición objeto para los axicones y lente.

Posición Objeto (mm)	200	300	500	700	1000	1200	1500	1800	2000
Sistema monofocal	0.832	0.053	0.019	0.016	0.011	0.013	0.007	0.003	0.003
Axicon delantero	0.094	0.243	0.038	0.143	0.115	0.088	0.055	0.029	0.015
Axicon anular delantero	0.167	0.123	0.125	0.153	0.040	0.003	0.023	0.034	0.037
Axicon retrógrado	0.022	0.074	0.263	0.254	0.204	0.172	0.138	0.116	0.106
Axicon anular retrógrado	0.035	0.094	0.161	0.243	0.254	0.238	0.212	0.191	0.181

Tabla 5-10: Valor MTF de la frecuencia espacial del objeto (31.25 c/mm) en función de la posición objeto para el ojo de pavo.

Posición Objeto (mm)	200	300	500	700	1000	1200	1500	1800	1900	2000
X	0.126	0.046	0.049	0.136	0.153	0.159	0.155	0.146	0.143	0.144
Y	0.055	0.184	0.204	0.179	0.103	0.084	0.070	0.063	0.061	0.059

Tabla 5-11: Valor MTF de la frecuencia espacial del objeto (31.25 c/mm) en función de la posición objeto para la espada de luz.

Posición Objeto (mm)	200	300	500	700	1000	1200	1500	1800	1900	2000
X	0.134	0.264	0.264	0.202	0.221	0.216	0.181	0.152	0.145	0.139
Y	0.099	0.344	0.354	0.268	0.219	0.177	0.142	0.126	0.122	0.118

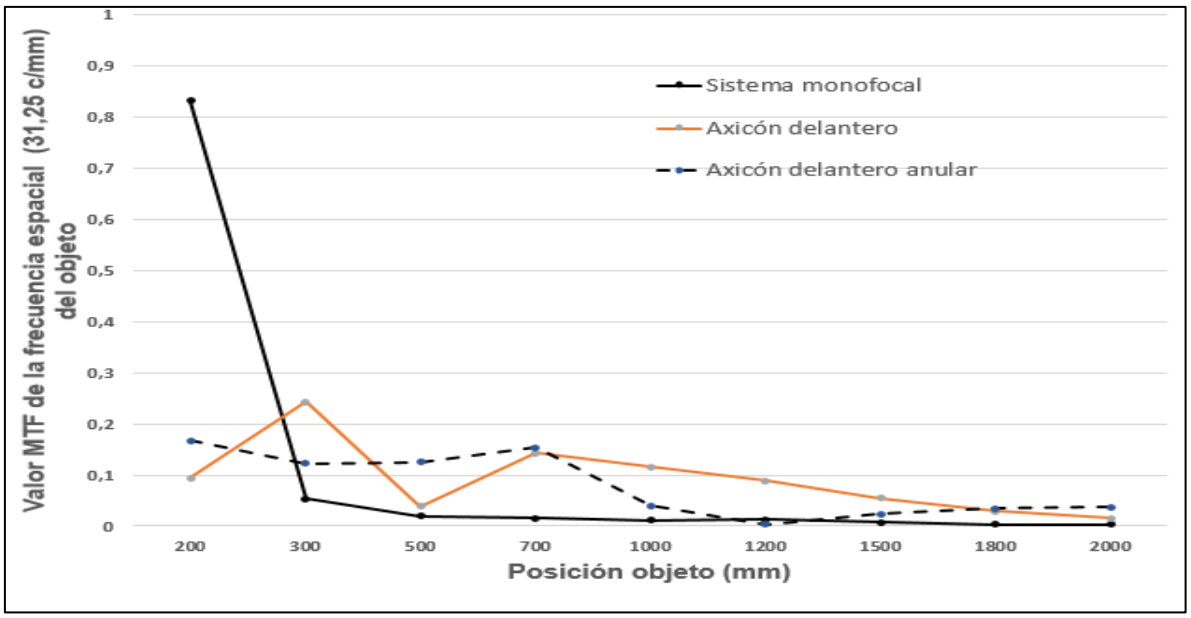


Fig.5.7. Valor de MTF de la frecuencia espacial (31,25 c/mm) del objeto en función de la posición plano objeto para el axicon delantero, su versión anular y el sistema monofocal.

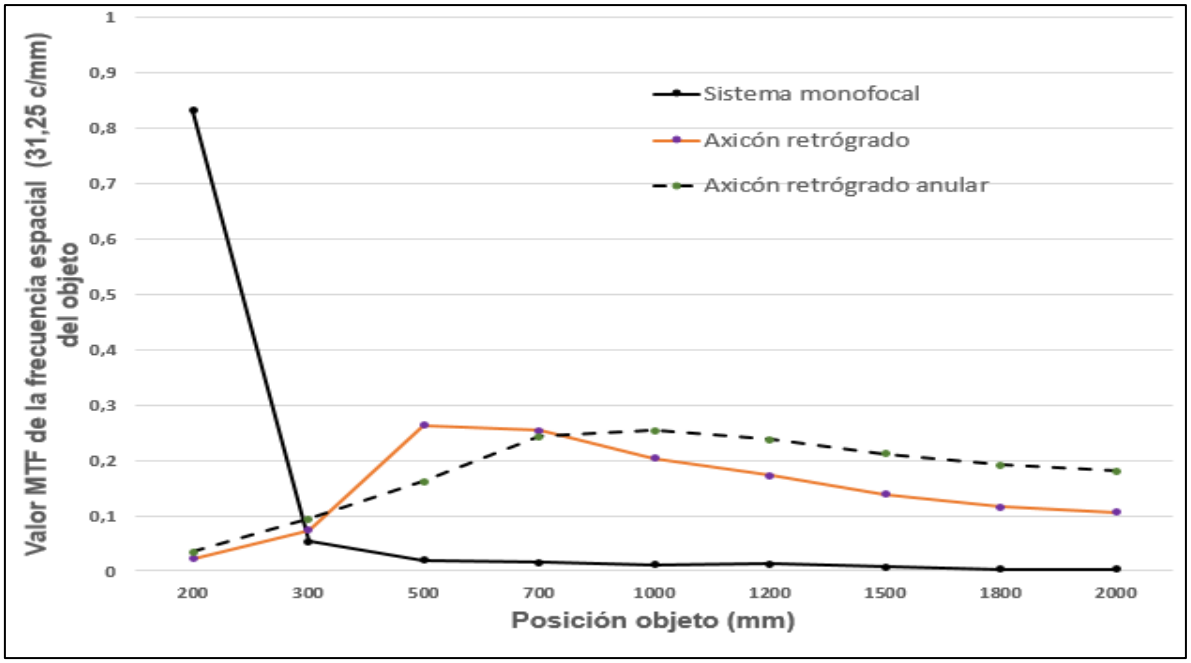


Fig.5.8. Valor de MTF de la frecuencia espacial (31,25 c/mm) del objeto en función de la posición plano objeto para el axicon retrógrado, su versión anular y el sistema monofocal.

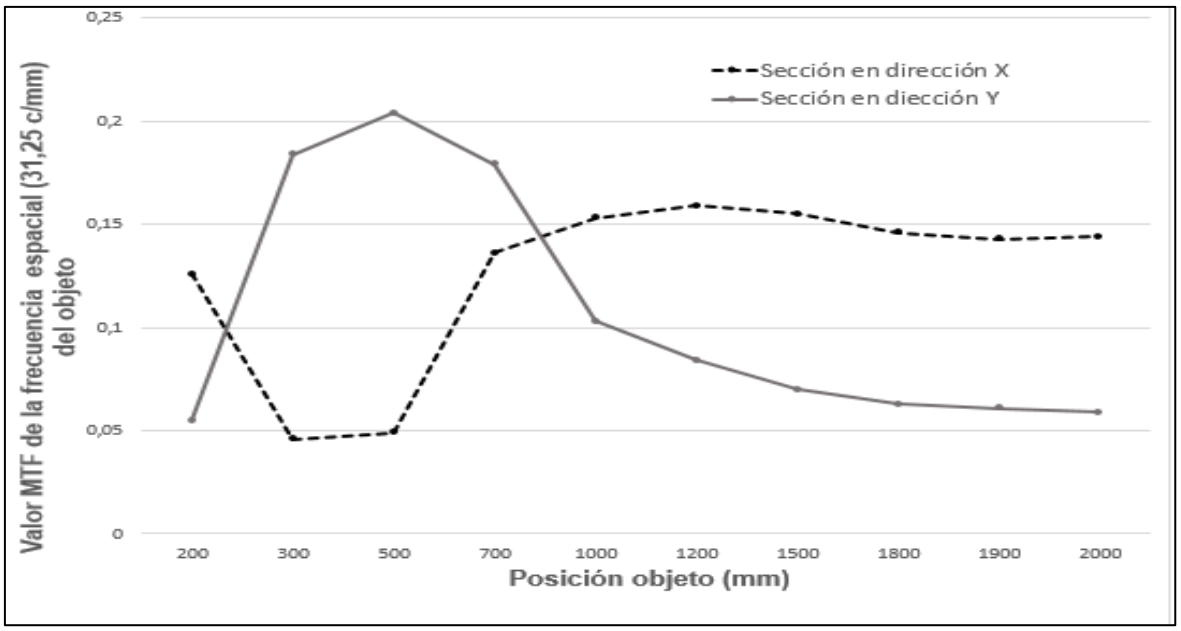


Fig.5.9. Valor de MTF de la frecuencia espacial (31,25 c/mm) del objeto en función de la posición objeto para el elemento óptico ojo de pavo.

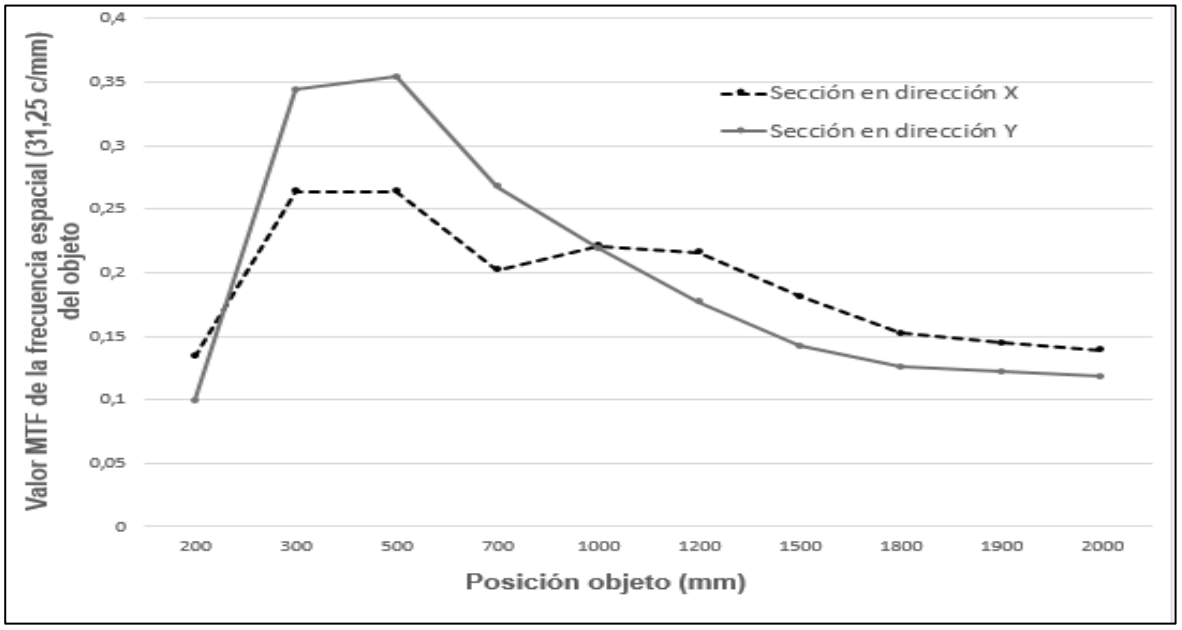


Fig.5.10. Valor de MTF de la frecuencia espacial (31,25 c/mm) del objeto en función de la distancia objeto para el elemento óptico espada de luz.

Tabla 5-12: Valor MTF de la frecuencia espacial del objeto (6.25 c/mm) en función de la posición objeto para los axicones y lente.

Posición Objeto (mm)	200	300	500	700	1000	1200	1500	1800	2000
Sistema monofocal	0.966	0.576	0.078	0.056	0.110	0.120	0.105	0.105	0.095
Axicon delantero	0.291	0.658	0.813	0.756	0.661	0.613	0.559	0.522	0.502
Axicon anular delantero	0.346	0.674	0.761	0.681	0.570	0.519	0.463	0.423	0.403
Axicon retrógrado	0.451	0.806	0.651	0.521	0.424	0.388	0.354	0.333	0.348
Axicon Anular retrógrado	0.356	0.762	0.671	0.561	0.473	0.440	0.408	0.387	0.377

Tabla 5-13: Valor MTF de la frecuencia espacial del objeto (6.25 c/mm) en función de la posición objeto para el elemento óptico ojo de pavo.

Posición Objeto (mm)	200	300	500	700	1000	1200	1500	1800	1900	2000
X	0.396	0.754	0.740	0.628	0.526	0.487	0.45	0.426	0.421	0.415
Y	0.315	0.783	0.781	0.653	0.525	0.472	0.417	0.381	0.371	0.363

Tabla 5-14: Valor MTF de la frecuencia espacial del objeto (6.25 c/mm) en función de la posición objeto para el elemento óptico espada de luz.

Posición Objeto (mm)	200	300	500	700	1000	1200	1500	1800	1900	2000
X	0.433	0.653	0.655	0.610	0.553	0.526	0.496	0.474	0.468	0.463
Y	0.341	0.832	0.826	0.682	0.544	0.488	0.434	0.399	0.390	0.382

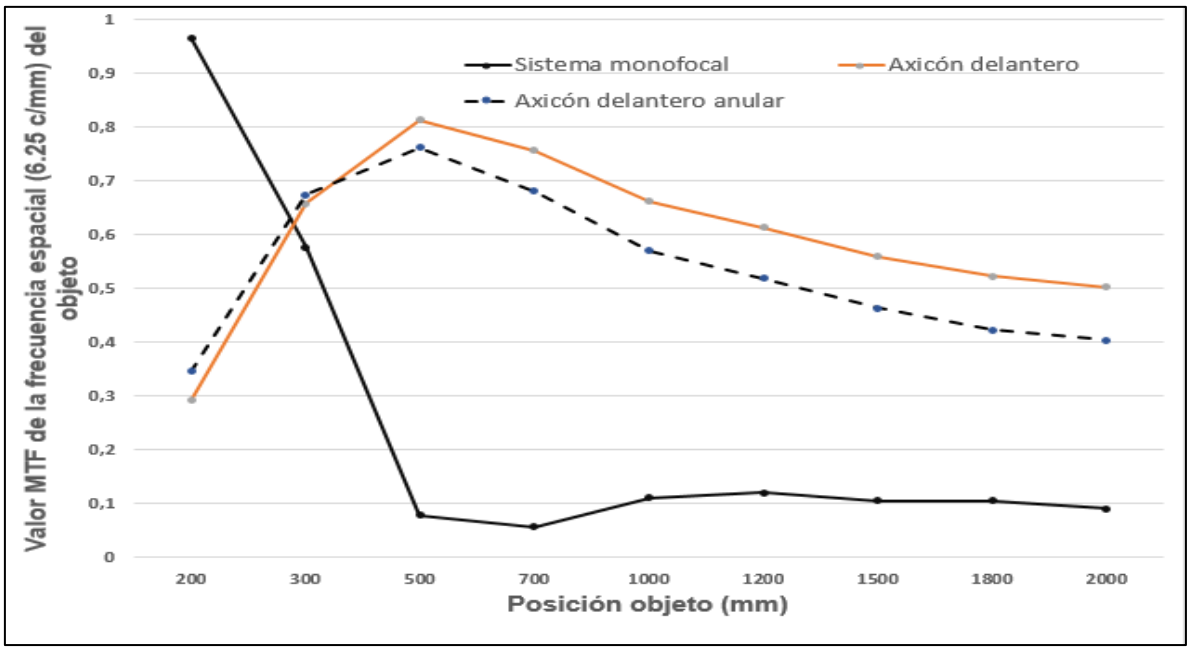


Fig.5.11. Valor de MTF de la frecuencia espacial (6,25 c/mm) del objeto en función de la posición objeto para el axicon delantero, su versión anular y el sistema monofocal.

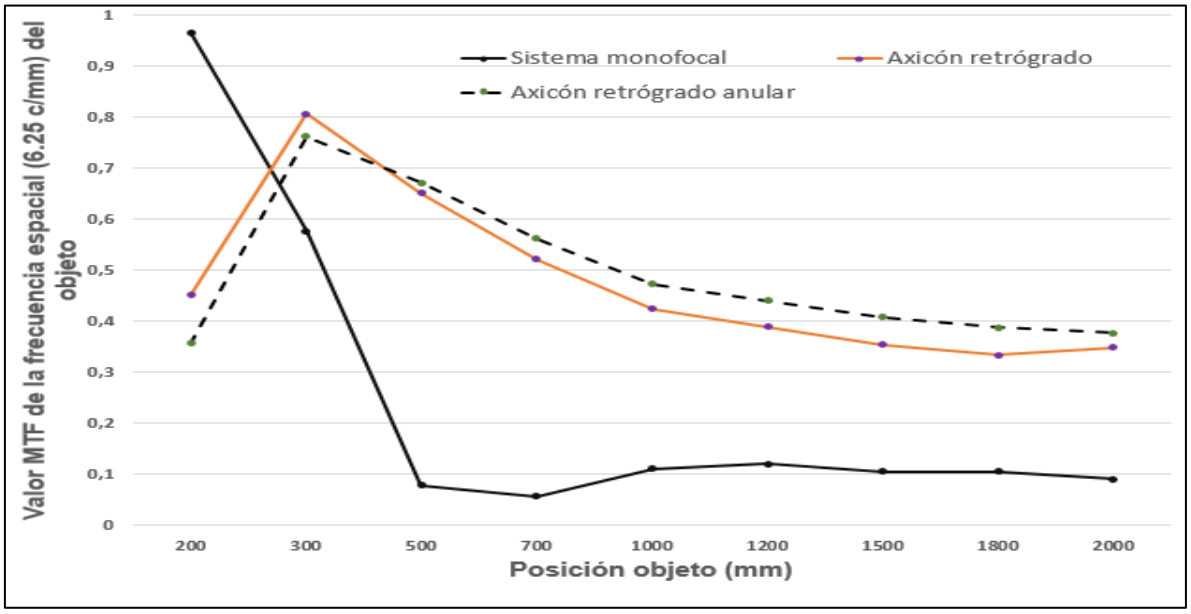


Fig.5.12. Valor de MTF de la frecuencia espacial (6,25 c/mm) del objeto en función de la posición objeto para el axicon retrógrado, su versión anular y el sistema monofocal.

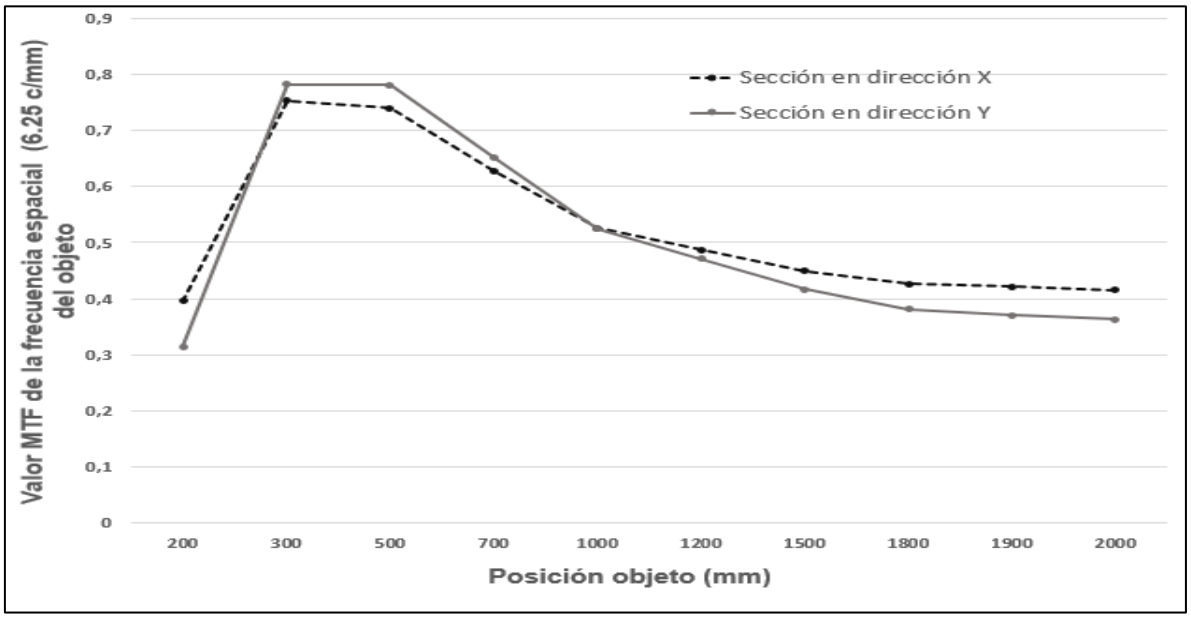


Fig.5.13. Valor de MTF de la frecuencia espacial (6,25 c/mm) del objeto en función de la distancia objeto para el elemento óptico ojo de pavo.

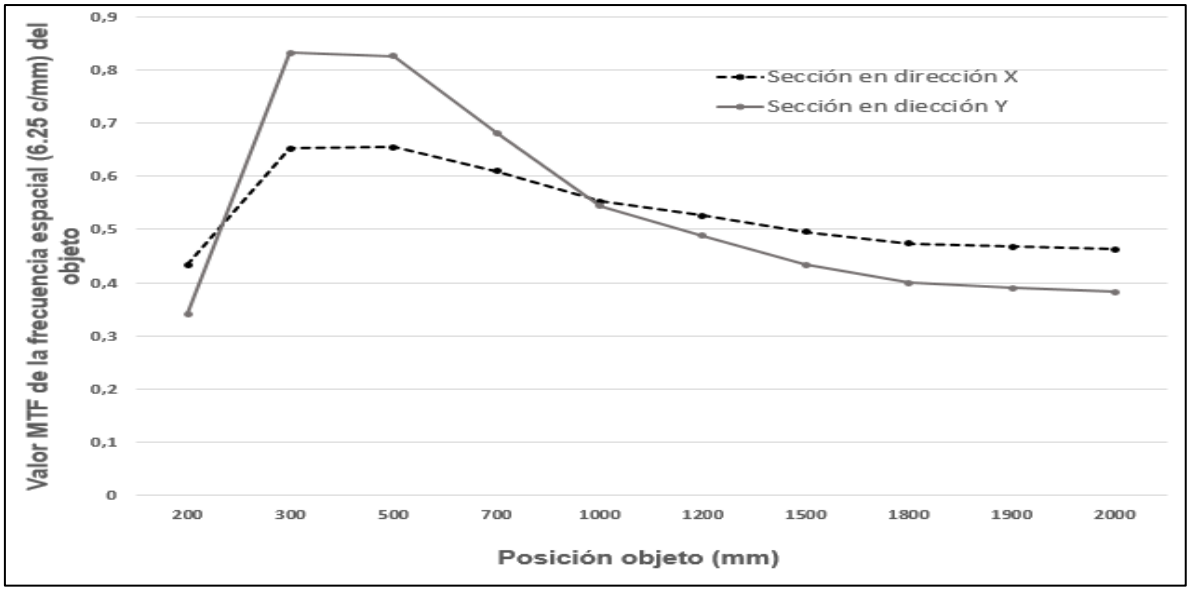


Fig.5.14. Valor de MTF de la frecuencia espacial (6,25 c/mm) del objeto en función de la distancia objeto para el elemento óptico espada de luz.

Analizando los axicones, se observa que cada uno tiene la propiedad de formar imágenes con profundidad de foco extendido, sin embargo, unos muestran mejores resultados que otros para unas respectivas distancias de plano objeto. El axicon logarítmico delantero y su versión anular forman imágenes reconocibles para un rango muy corto y cercano a la distancia de 200 mm. A medida que aumentan las distancias de plano objeto hasta 2000 mm, el contraste de las imágenes decae notoriamente como se puede ver en las tablas 5-2. Y 5-3. Por tal motivo, y con el propósito de formar imágenes en un rango considerable en un sistema de inspección visual, estos axicones no presentan las propiedades requeridas para ser utilizados en este sistema de inspección visual.

Los axicones, logarítmico retrógrado y su versión anular forman imágenes reconocibles para un rango mucho mayor de distancias de plano objeto en comparación con los axicones anteriores. Estos elementos se muestran apropiados para formar imágenes con aceptable contraste para distancias de objeto por encima de los 500 mm. Esto da la posibilidad de utilizar estos elementos difractivos en un sistema de inspección visual que haga controles de objetos con dimensiones que no superen los 1500 mm. Uno de los problemas de los axicones es su bajo contraste, independiente de su diseño, sin embargo, en un sistema automático de formación de imágenes el contraste se puede modificar de manera automática, mejorando de esta manera la imagen que se quiere analizar.

En el análisis del elemento óptico ojo de pavo vimos dos perfiles de respuestas frecuenciales leídos en dirección horizontal y vertical. De este análisis se pudo observar que las imágenes de salida son reconocibles para todas las distancias de plano objeto, no obstante, el contraste es diferente si se comparan los dos perfiles de la MTF, siendo menor el contraste en la dirección Y a medida que la distancia objeto se acerca a 2000 mm.

Estas diferencias de contraste entre los dos perfiles de respuestas frecuenciales se debe a la falta de simetría de revolución de este elemento difractivo. Otra característica del ojo de pavo, también por carecer de esta simetría, está en el hecho que sus imágenes de salida presentan desplazamientos laterales [38]. En la tercera columna de la tabla 5-3 se encuentran las imágenes de salida encontradas con este elemento y esta última característica se puede apreciar sobre todo en la letra de mayor frecuencia espacial, más allá que sean el resultado de un proceso de convolución. Por este motivo y pensando que

las imágenes de salida son para el control de la calidad de los productos industriales, por ejemplo, para detección de defectos en una pieza, estos desplazamientos laterales de las imágenes pueden traer problemas en el momento de detectar y evaluar las posibles discontinuidades o defectos en la piezas.

El elemento óptico espada de luz, al igual que el ojo de pavo, no presenta simetría de revolución y por consiguiente la respuesta frecuencial depende de las direcciones X y Y. Si miramos la respuesta frecuencial en la dirección X se observa un comportamiento regular de la MTF, con valores de la frecuencia espacial del primer cero de MTF prácticamente constantes, lo que se puede interpretar que el contraste se mantiene con pocas variaciones para todas las distancias del plano objeto. En cuanto a la MTF en la dirección Y, ésta va reduciendo su valor a medida que aumentamos la distancia de plano objeto, sin embargo, conserva valores importantes de contraste antes del primer cero de MTF. En ambas direcciones se logran transferir un importante número de frecuencias espaciales, permitiendo con esto, formar imágenes reconocibles en todo el rango de las distancias de plano objeto.

Estos resultados con el elemento óptico espada de luz concuerdan con otros trabajos de investigación que se han hecho tanto experimental como en simulación [39-40], y muestran también la gran profundidad de foco que presenta este elemento y su capacidad de formar imágenes de buena calidad en comparación con otros elementos difractivos, para un rango importante de distancias de plano objeto.

También los resultados encontrados con la espada de luz han permitido concluir que esta modulación angular que presenta este elemento difractivo cambia el flujo de energía durante el enfoque lo cual permite mejorar la calidad de la imagen. Esto sugiere que la espada de luz brinda muchas opciones para ser utilizado en visión artificial y en aplicaciones oftalmológicas [41]

Más allá de estas cualidades que presenta la espada de luz y de los buenos resultados que se han encontrado en muchos trabajos, aun preocupa la mancha o sport que presentan las imágenes de salida, pues puede ser un inconveniente en el momento de observar las irregularidades en una pieza en un sistema de inspección visual. Debido a esto, este elemento óptico espada de luz no es posible proponerlo para un sistema de inspección visual.

6. SIMULACIÓN Y RESULTADOS PARA UN SISTEMA DE VIDEO-VIGILANCIA

En este capítulo se realiza la simulación para un sistema de video vigilancia utilizando cada una de las transmitancias de fase vistas en el capítulo 3. La aplicación de este sistema requiere distancias de plano objeto más grandes en comparación con un sistema de inspección visual, por tal motivo, para esta simulación se quiere formar imágenes con buena calidad para un rango[5] de distancias desde los 500 mm hasta el infinito. Para lograr esta profundidad de foco, cada una de las transmitancias de fase se diseñan con un segmento focal sobre el eje, de intervalo [23.8 mm 25 mm]. El plano imagen se encuentra a una distancia de 25 mm respecto al plano transmitancia. Para conseguir esta separación entre el plano transmitancia y plano imagen (sensor) también se puede utilizar una montura para controlar dicha distancia.

Con fines comparativos también se hace la simulación de un sistema monofocal con longitud focal de 23.8 mm. En la tabla 6-1 se muestran los parámetros utilizados en la simulación.

Al igual que en el sistema de inspección visual, para esta nueva simulación suponemos un sistema con iluminación incoherente limitado por difracción, por lo tanto, la frecuencia de corte incoherente satisface la ecuación ec (5.3), cuyo resultado para los nuevos parámetros es 189.63 (c/mm)

La frecuencia de Nyquist sigue siendo de 250 (c/mm) y también se cumple la desigualdad 5.4.

[5] Se puede proponer un rango que tenga un límite inferior más cercano al plano lente.

Tabla 6-1: Parámetros de simulación.

Elemento difractivo	Diámetro (mm)	Diámetro Exterior (mm)	Diámetro Interior (mm)	Segmento focal (mm)
Sistema monofocal	3.0			23.8
Axicon logarítmico delantero	3.0			23.8 – 25.0
Axicon logarítmico delantero anular	3.0	3.0	1.0	23.8 – 25.0
Axicon logarítmico retrógrado	3.0			23.8 – 25.0
Axicon logarítmico retrógrado anular	3.0	3.0	1.0	23.8 – 25.0
Axicon cuártico delantero	3.0			23.8 – 25.0
Axicon cuártico retrógrado	3.0			23.8 – 25.0
La Espada de luz	3.0			23.8 – 25.0
El ojo de pavo	3.0			23.8 – 25.0

6.1 Discusión de los resultados

Para el análisis de los resultados también se utilizan los criterios presentados en el capítulo anterior. Para esto se presentan las tablas 6-6, 6-7 y 6-8 que contienen la frecuencias especiales correspondiente al primer cero de la MTF para cada axicón, sistema monofocal, el elemento óptico ojo de pavo y la espada de luz en función de las distancias del plano objeto. Con los datos de estas tablas, se construyen las figs. 6.1, 6.2, 6.3 y 6.4

Las tablas 6-9, 6-10, 6-11 presentan el valor de MTF correspondiente a la frecuencia espacial (31.25 c/mm) del objeto. Las figs 6.5, 6.6, 6.7 y 6.8 muestran la variación del valor de la MTF para dicha frecuencia espacial en función de la posición objeto.

Igualmente, las tablas 6-12, 6-13 y 6-14 muestran la variación de la MTF correspondiente a la frecuencia espacial (6.25 c/mm) del objeto. Las figs 6.9, 6.10, 6.11 y 6-12 también muestran la variación de la MTF de dicha frecuencia espacial en función del plano objeto.

6.1.2. Análisis del sistema monofocal

En el sistema monofocal se propone una lente con longitud focal de 23.8 mm para que forme una imagen de buena calidad para una distancia de plano objeto de 500 mm. La tabla 6-2 muestra la MTF para dicha distancia; se observa que los valores de MTF disminuyen gradualmente a medida que aumenta el valor de la frecuencia espacial, lo cual se espera para un sistema con iluminación incoherente. A medida que aumentamos la distancia del plano objeto hasta el infinito, las MTFs presentan rápidas oscilaciones con muchos valores nulos. Esto último se puede interpretar como un bajo contraste de la imagen, lo cual nos permite concluir que el sistema monofocal presenta una muy pequeña profundidad de foco.

La tabla 6-3 muestra que la imagen de salida pierde contraste a medida que aumentamos la posición objeto hasta volverse irreconocible para posiciones superiores a los 20 m, distancias que hemos llamado infinito. Este comportamiento se puede describir a partir de las figs. 6.5 y 6.8 donde los valores de MTF de las frecuencias espaciales de los objetos utilizados en la simulación caen considerablemente después de alejarse de la posición de enfoque.

6.1.3 Análisis del axicon logarítmico delantero y su versión anular

Para el axicon logarítmico delantero se observan gráficas de MTFs con pocas o nulas oscilaciones para el rango de 500 a 1000 mm. Para este intervalo de distancias, las frecuencias espaciales que contribuyen a la formación de la imagen antes del primer cero de MTF tienen valores máximos de 82.90 c/mm y 189.61 respectivamente, como se muestra en la tabla 6-6. Estos datos son graficados en la fig.6.1 y muestra la variación de la frecuencia espacial del primer cero de MTF en función de las distancias del plano objeto. Estas frecuencias espaciales tienen valores significativos para distancias en el rango entre 500 y 1000 mm. Pero para las distancias superiores a los 1500 mm el valor de la frecuencia del primer cero empieza a disminuir. Esto se puede explicar por la presencia de oscilaciones rápidas de la MTF a medida que nos acercamos a distancias en el infinito.

Los efectos de estas oscilaciones rápidas de MTF se pueden observar en la tabla 6-3 y la fig.6.5 donde la imagen asociada al objeto de mayor frecuencia pierde contraste a medida que nos acercamos al infinito.

En la versión anular del axicon logarítmico delantero se observa un comportamiento similar, es decir, gráficas de MTFs con pocas oscilaciones con valores nulos en el rango de distancias entre 500 y 1000 mm. Por encima de este último valor empiezan a aparecer oscilaciones con valores nulos de MTF. Los valores de las frecuencias espaciales antes del primer cero, como muestra la fig. 6.1, empiezan a disminuir un poco más respecto al axicon logarítmico delantero. Este comportamiento oscilatorio de la MTF permite concluir que las imágenes de salida no mejoran en contraste de manera significativa para las distancias superiores de plano objeto, respecto a los resultados encontrados con el axicon logarítmico delantero, como se muestra en la tabla.6.2 y en las figs.6.5.

Es importante precisar que la transmitancia del axicon cuártico delantero y retrógrado se obtienen como una aproximación de las transmitancias del axicon logarítmico delantero y retrógrado respectivamente. Es por esto, que los resultados encontrados para un sistema de video-vigilancia utilizando el axicon cuártico delantero y retrógrado son prácticamente los mismos que los encontrados con los axicones logarítmicos.

6.1.4 Análisis del axicon logarítmico retrógrado y su versión anular

La tabla 6-2 muestra las gráficas de MTF para el axicon logarítmico retrógrado en función de las distancias del plano objeto. Su comportamiento es contrario al presentado por el axicon logarítmico delantero; presenta oscilaciones con algunos valores de MTF en el rango de distancias entre 500 y un poco más allá de los 800 mm. Para las distancias por encima de los 1000 mm la función de MTF empieza a tener un comportamiento monótono decreciente para un rango importante de frecuencias espaciales. La tabla 6-3 contiene los valores de las frecuencias espaciales para el primer cero de MTF para el rango de distancias propuesto. Estos valores se grafican en la fig.6.2 en función de las distancias del plano objeto. Se observa en esta gráfica que el rango de frecuencias que contribuyen a la formación de la imagen antes del primer cero aumenta a partir de los 800 mm. Esto se debe a que la función de MTF deja de tener oscilaciones rápidas para estas distancias superiores.

Con el axicon retrógrado se logra transferir más frecuencias altas del objeto a la imagen para las grandes distancias de plano objeto en comparación a los resultados obtenidos con los axicones delantero y su versión anular. Se observa en la tabla 6-3 y principalmente en

la fig.6.5 que el contraste de la imagen de salida mejora a medida que la distancia del plano objeto se aleja del plano transmitancia.

La versión anular del axicon logarítmico retrógrado muestra un comportamiento similar que el axicon retrógrado; para las primeras distancias la MTF presenta algunas oscilaciones con valores nulos que deterioran la calidad de la imagen, sin embargo, el contraste mejora cuando nos acercamos a las distancias superiores. Las figs. 6.6 y 6.10 muestran el comportamiento de las frecuencias espaciales de los objetos de prueba y se logra observar que el axicon retrogrado genera imágenes con mejores contraste para las primeras distancias respecto a su versión anular. Esto es importante porque es en aquellas primeras distancias donde estos elementos presentan dificultades para producir imágenes reconocibles.

6.1.5 Análisis del elemento óptico ojo de pavo

Como se explicó para el sistema de inspección visual, el elemento óptico ojo de pavo no presenta simetría de revolución y por tal motivo se presentan dos perfiles de respuestas frecuenciales, haciendo cortes transversales en las MTFs, en la dirección X, la primera columna, y en la dirección Y, la segunda columna, como se muestra en la tabla 6-4. En la dirección X, las gráficas de MTF presentan pocas o nulas oscilaciones en todo el rango de distancias y se vuelve un poco más regular en su forma y tamaño a partir de los 1500 mm.

La tabla 6-7 contiene los valores de las frecuencias espaciales para el primer cero de MTF para los dos cortes en función de las distancias del plano objeto. Estos datos aparecen graficados en la fig.6.3 y se muestra que estas frecuencias espaciales están por encima de 140 c/mm prácticamente en todo el rango de distancias del plano objeto, aunque hay una excepción en la posición de 500 mm en la dirección Y.

La segunda columna de la tabla 6-4 aparece la función de la MTF en función de las frecuencias espaciales cuando se hace un corte o sección en la dirección Y. Muestra un comportamiento parecido al encontrado para el sistema de inspección visual, es decir, a medida que nos acercamos al infinito, el área bajo de la curva de la MTF se va reduciendo

antes del primer cero y se presentan algunas oscilaciones con valores nulos. Esto conlleva a tener imágenes con menos contraste en dicha dirección, como se muestra en la fig.6.7.

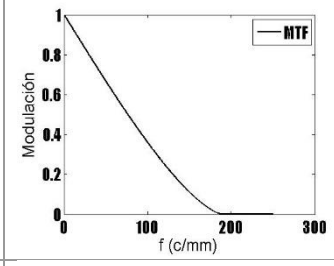
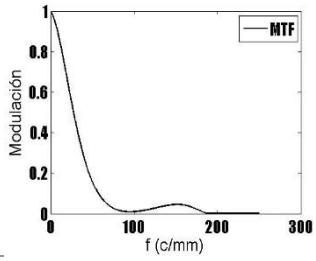
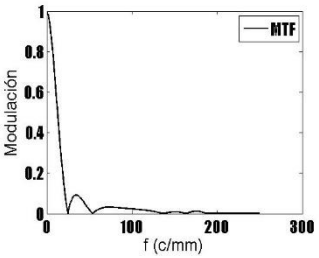
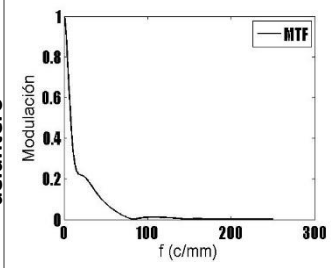
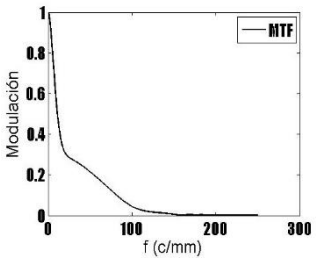
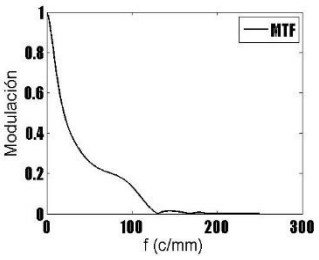
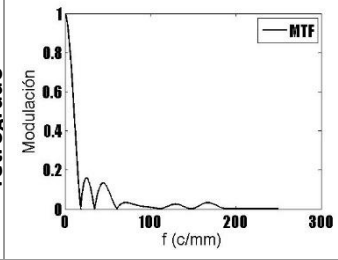
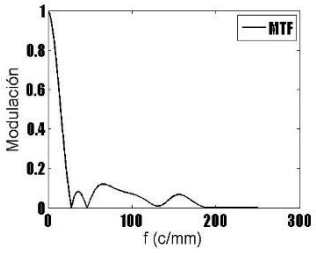
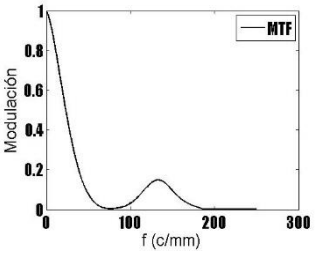
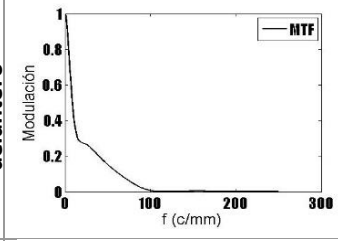
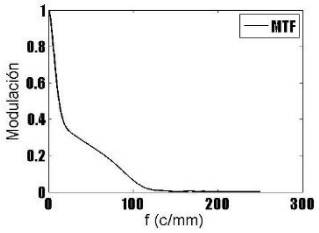
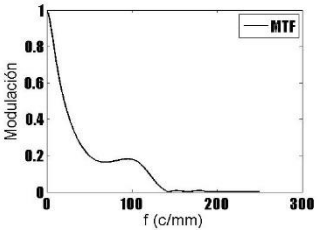
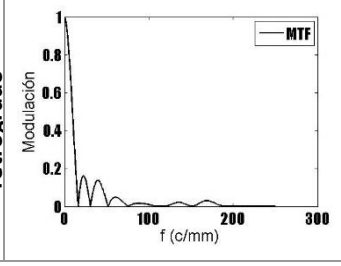
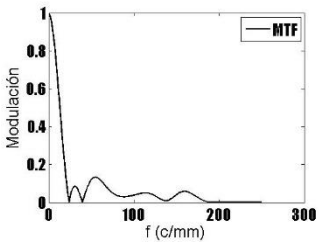
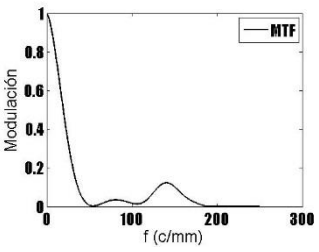
6.1.6 Análisis del elemento óptico espada de luz

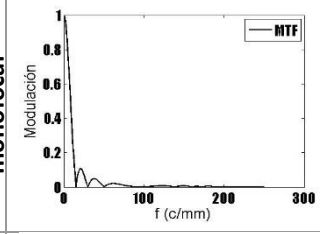
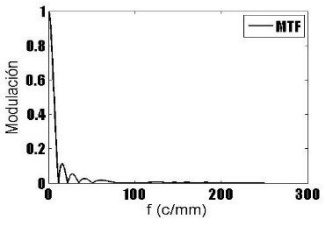
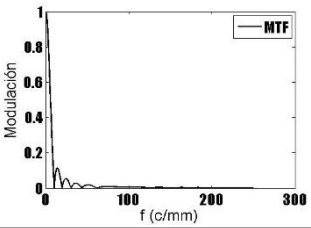
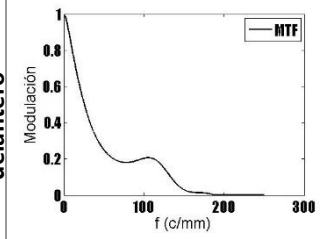
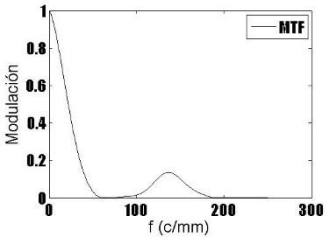
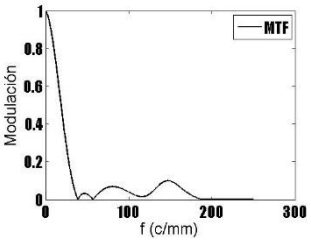
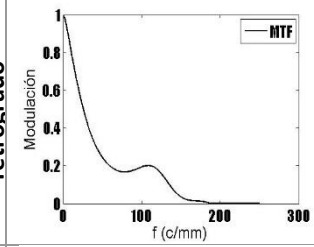
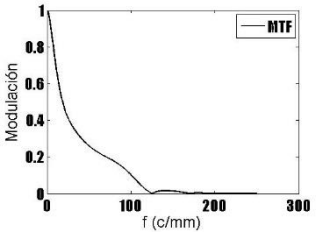
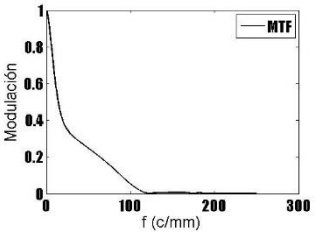
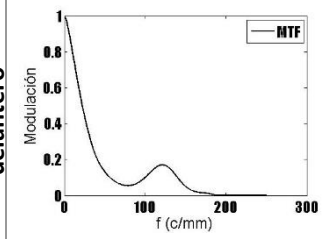
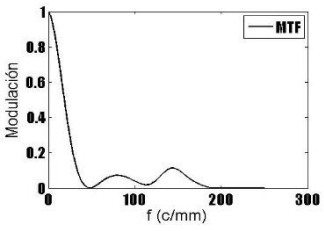
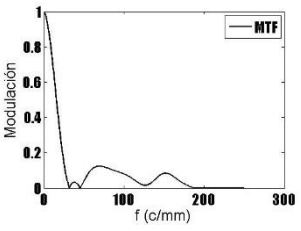
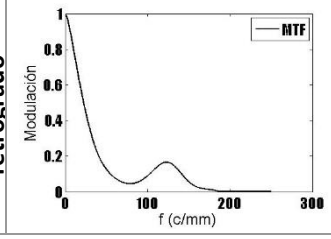
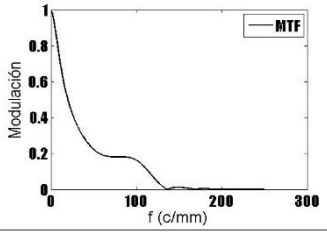
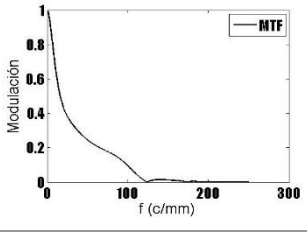
La tabla 6-5 muestra la función de transferencia de modulación (MTF) para el elemento óptico espada de luz. En dicha tabla se presentan dos perfiles de respuestas frecuenciales, en la dirección X, la primera columna, y en la dirección Y, en la segunda columna. En ambas direcciones la MTF no presenta oscilaciones con valores nulos, exceptuando la dirección en X con distancia de 1000 mm. Allí se observa que la gráfica presenta algunas oscilaciones con nodos, sin embargo, desaparecen a medida que aumentamos las distancias.

La tabla 6-8 contiene los valores de las frecuencias espaciales del primer cero de MTF en función de las distancias de plano objeto para las dos direcciones X y Y. Estos datos son graficados en la fig.6.4. En dicha figura se observa que el valor de la frecuencia espacial del primer cero en la dirección X presenta muy pocas variaciones en todo el rango de distancias, exceptuando las distancias cercanas a los 1000 mm. En la dirección Y, la frecuencia espacial del primer cero de MTF también presenta una regularidad en el rango de distancias entre 600 y 3000 mm. Para distancias por encima de este último valor, la frecuencia del primer cero de MTF disminuye, aunque el área por debajo de la curva antes del primer cero, para distancias en el infinito, se ve un poco mayor en comparación a la presentada por el elemento óptico ojo de pavo. Este último resultado permite concluir que la MTF en la dirección Y presenta mejores resultados para aquellas frecuencias espaciales que están presentes antes del primer cero.

Con respecto a las imágenes de salida utilizando este elemento óptico, la tercera columna de la tabla 6-3 muestra que cada una de las imágenes se reconoce para todo el rango de distancias de plano objeto, más allá de la macha focal que se logra ver en el fondo y que va cambiando de dirección.

Tabla 6-2: MTF de axicones y sistema monofocal en función de la distancia del plano objeto.

	P= 500 mm	P= 600 mm	P= 800 mm
Sistema monofocal			
Axicon Logarítmico delantero			
Axicon Logarítmico retrógrado			
Axicon anular delantero			
Axicon anular retrógrado			

	P= 1000 mm	P= 1500 mm	P= 2000 mm
Sistema monofocal			
Axicon Logarítmico delantero			
Axicon Logarítmico retrógrado			
Axicon anular delantero			
Axicon anular retrógrado			

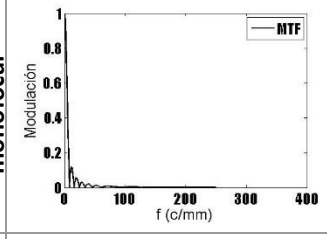
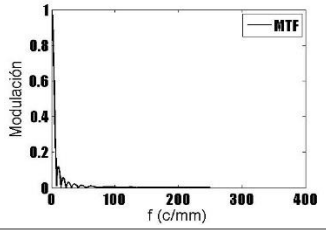
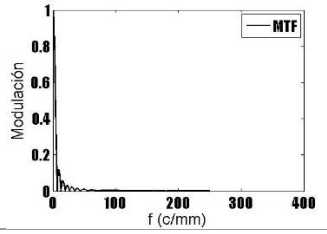
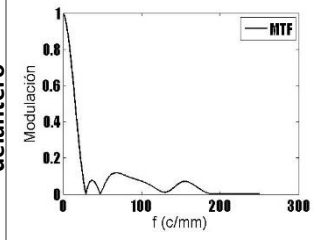
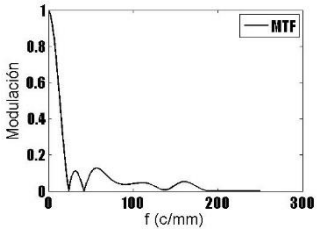
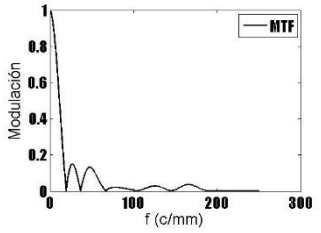
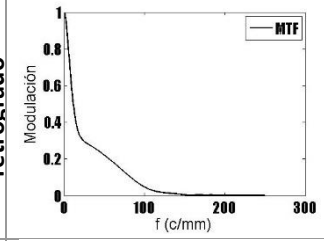
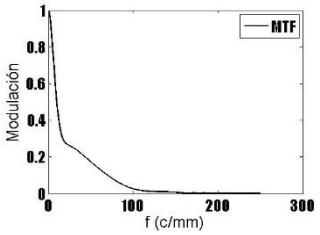
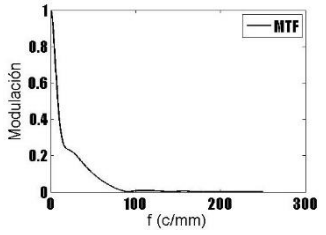
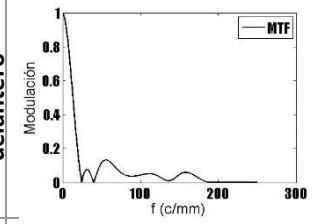
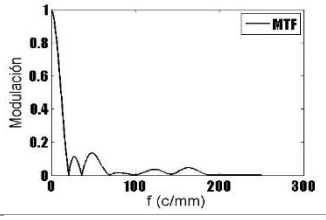
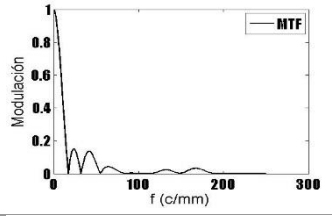
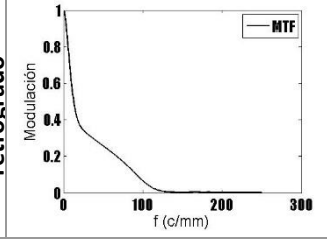
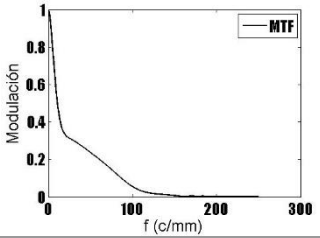
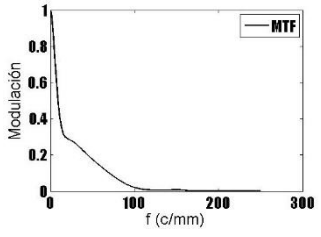
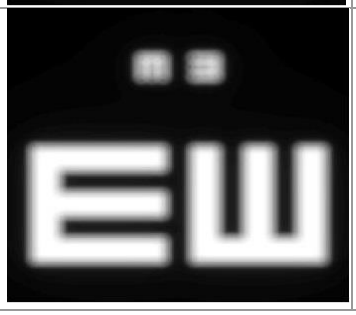
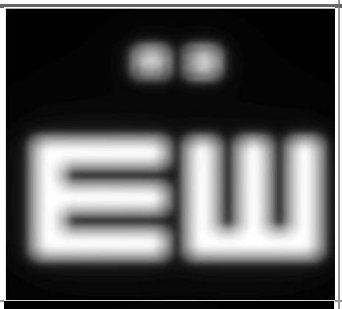
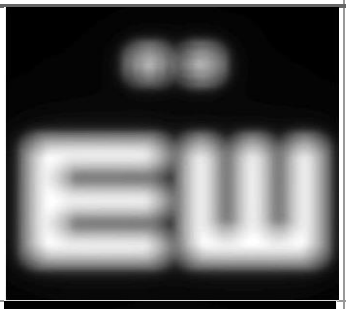
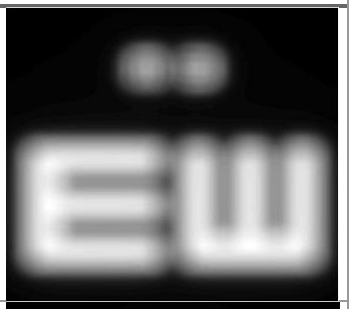
	P= 3000 mm	P= 5000 mm	P= Infinito
Sistema monofocal			
Axicon Logarítmico delantero			
Axicon Logarítmico retrógrado			
Axicon anular delantero			
Axicon anular retrógrado			

Tabla 6-3: Imágenes generadas por axicones y sistema monofocal en función de la distancia del plano objeto.

	P= 500 mm	P= 600 mm	P= 800 mm
Sistema monofocal			
Axicon Logarítmico delantero			
Axicon Logarítmico retrógrado			
Axicon anular delantero			
Axicon anular retrógrado			

	P= 1000 mm	P= 1500 mm	P= 2000 mm
Sistema monofocal			
Axicon Logarítmico delantero			
Axicon Logarítmico retrógrado			
Axicon anular delantero			
Axicon anular retrógrado			

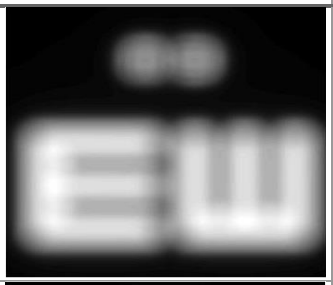
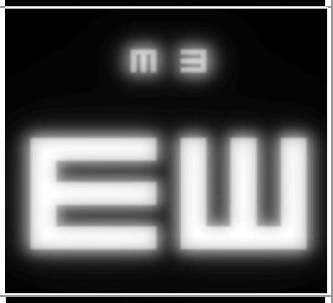
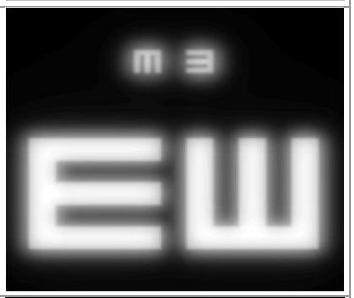
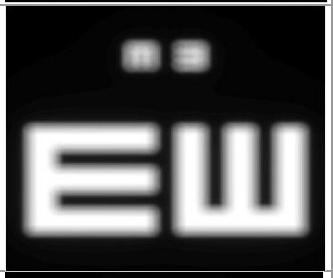
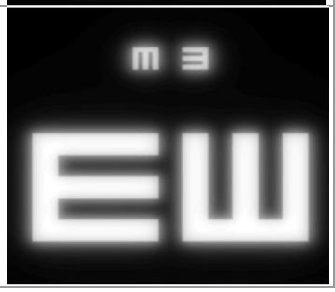
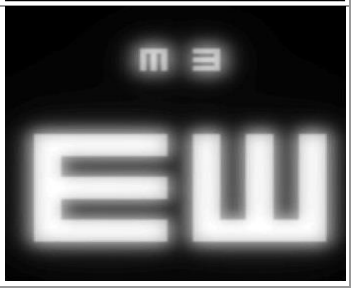
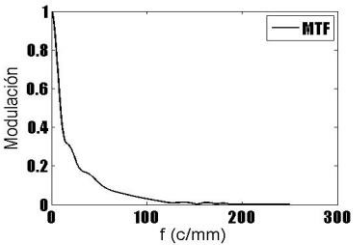
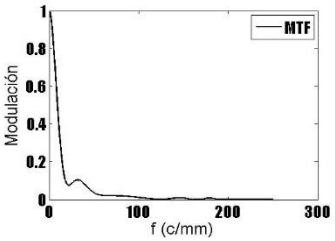
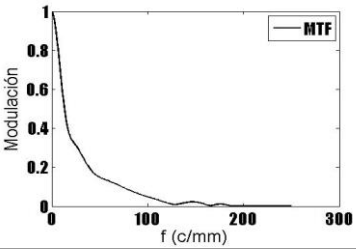
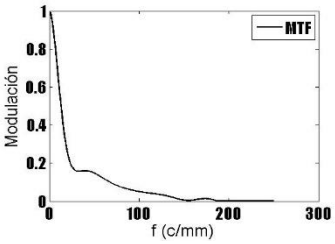
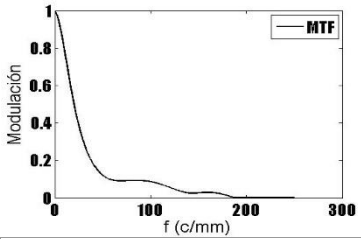
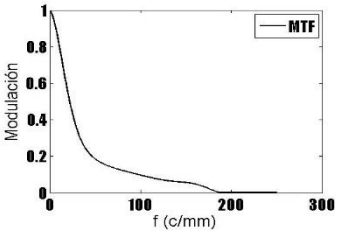
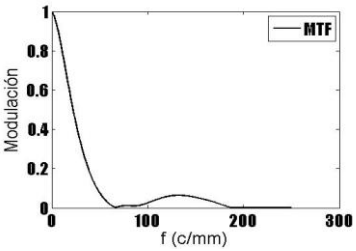
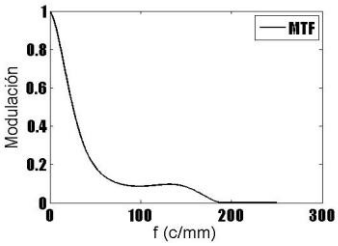
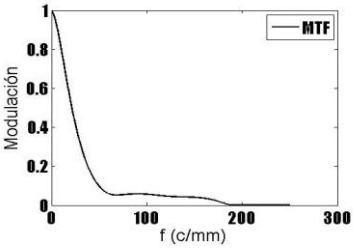
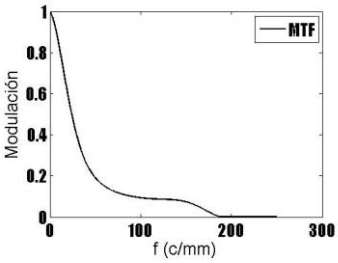
	P= 3000 mm	P= 5000 mm	P= Infinito
Sistema monofocal			
Axicon Logarítmico delantero			
Axicon Logarítmico retrógrado			
Axicon anular delantero			
Axicon anular retrógrado			

Tabla 6-4: MTF del elemento óptico ojo de pavo en función de la distancia del plano objeto.

	Corte dirección X	Corte dirección Y	Imagen
P= 500 mm			
P= 600 mm			
P= 800 mm			
P= 1000 mm			
P= 1200 mm			

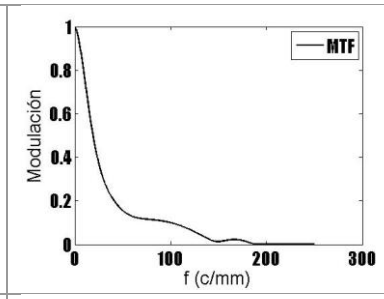
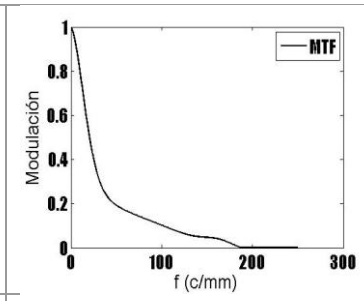
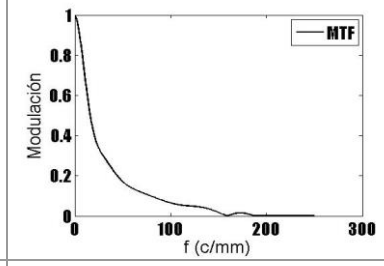
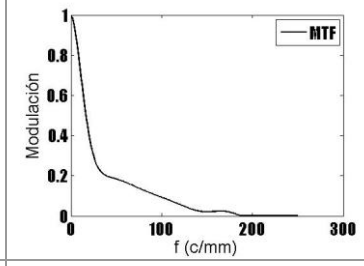
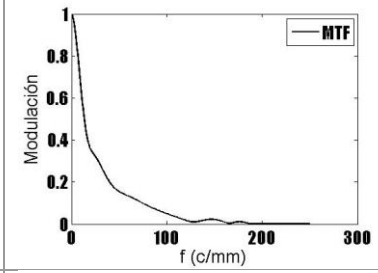
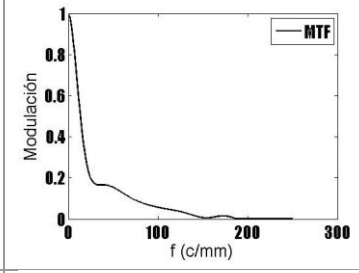
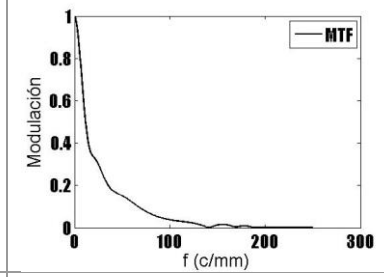
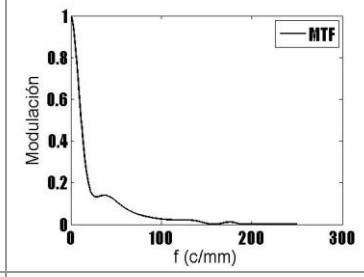
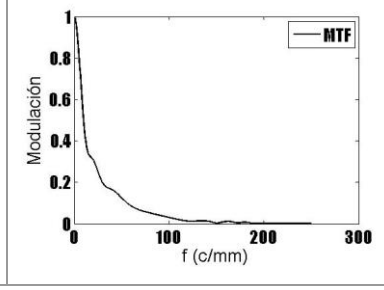
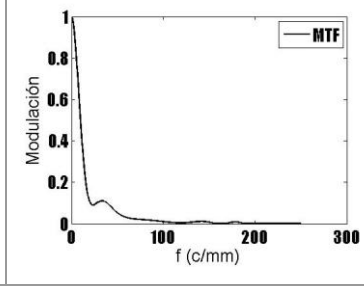
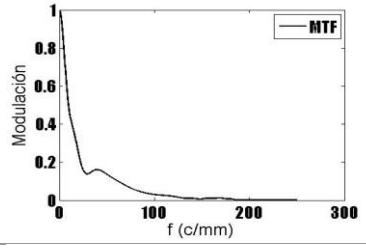
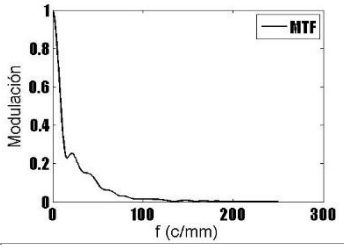
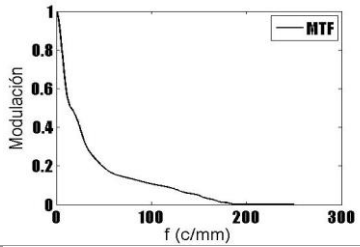
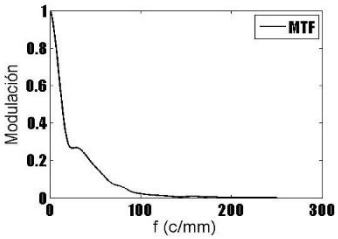
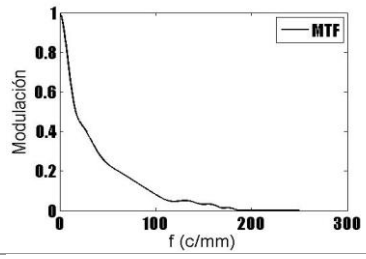
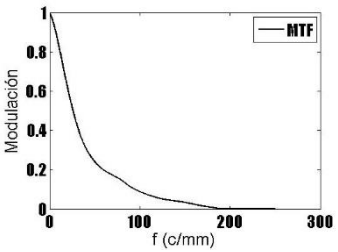
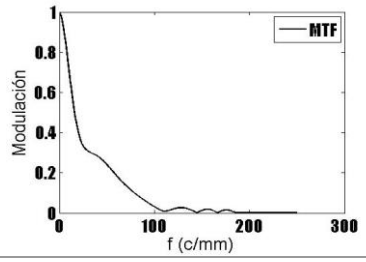
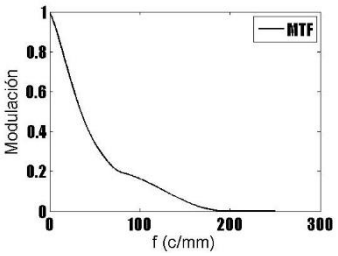
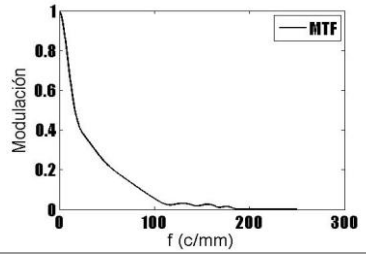
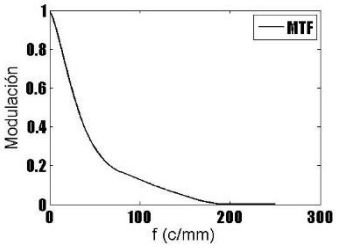
P= 1500 mm			
P= 2000 mm			
P= 3000 mm			
P= 5000 mm			
P=Infinito			

Tabla 6-5: MTF del elemento espada de luz en función de la distancia objeto.

	Corte dirección X	Corte dirección Y	Imagen
P= 500 mm			
P= 600 mm			
P= 800 mm			
P= 1000 mm			
P= 1200 mm			

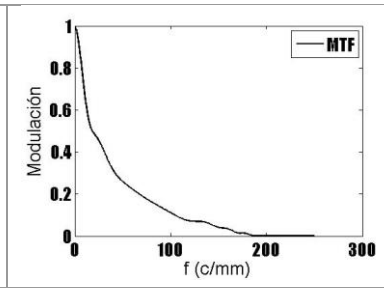
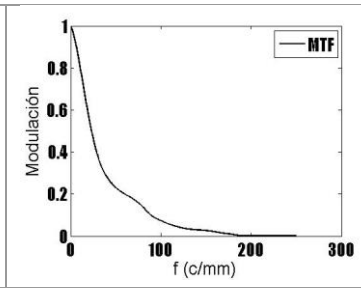
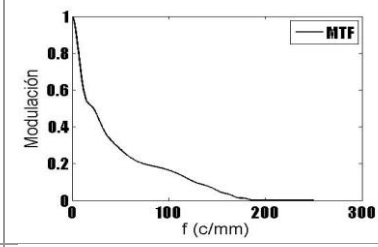
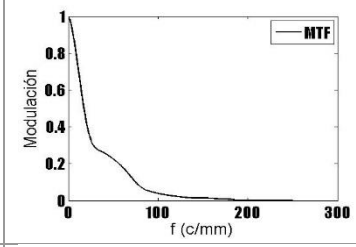
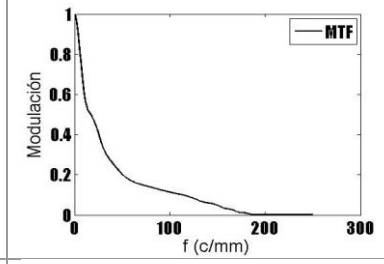
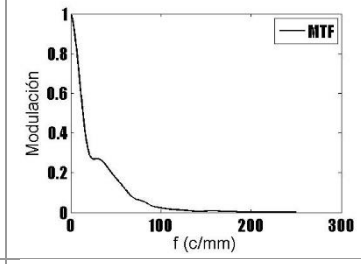
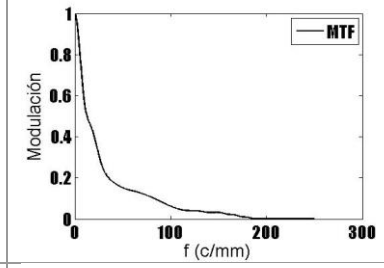
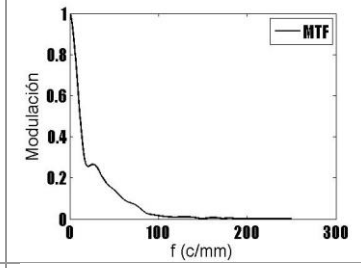
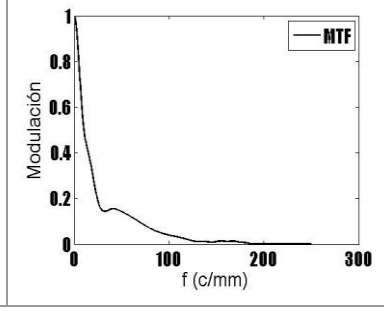
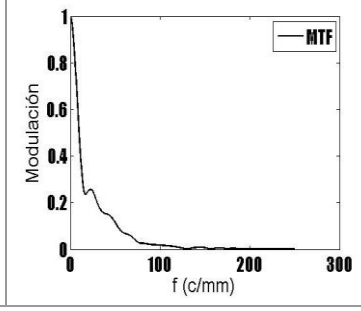
P= 1500 mm			
P= 2000 mm			
P= 3000 mm			
P= 5000 mm			
P=Infinito			

Tabla 6-6: Frecuencia espacial (en c/mm) del primer cero de la MTF en función de la posición objeto para los axicones y lente. Sistema de video vigilancia.

Posición Objeto (mm)	500	600	800	1000	1500	2000	3000	5000	infinito
Sistema monofocal	189.62	95.22	24.65	15.15	10.26	9,28	8,55	7,92	6.84
Axicon delantero	82.90	159.18	130.12	189.62	60.30	38.82	28.82	23.80	17.78
Axicon delantero anular	109.85	153.35	142.82	189.63	48.06	31.75	24.42	20.75	17.55
Axicon retrógrado	18.32	27.82	76.60	189.63	124.75	122.32	157.95	164.31	92.74
Axicon retrógrado anular	16.32	23.82	54.45	189.62	136.25	123.95	150.15	161.85	167.02

Tabla 6-7: Frecuencia espacial (en c/mm) del primer cero de la MTF en función de la posición objeto para el ojo de pavo. Sistema de video-vigilancia

Posición Objeto (mm)	500	600	800	1000	1200	1500	2000	3000	5000	Infinito
X	152.56	165.25	189.55	189.55	189.63	189.63	158.82	165.55	140.65	150.15
Y	123.95	156.60	189.60	189.63	189.63	189.62	189.60	153.70	158.15	157.95

Tabla 6-8: Frecuencia espacial (en c/mm) del primer cero de la MTF en función de la posición objeto para la espada de luz. Sistema de video-vigilancia

Posición Objeto (mm)	500	600	800	1000	1200	1500	2000	3000	5000	Infinito
X	188.95	189.19	189.16	144.68	188.80	189.15	189.18	189.16	188.95	188.95
Y	134.52	189.62	189.62	189.63	189.63	189.63	189.63	189.63	149.85	128.99

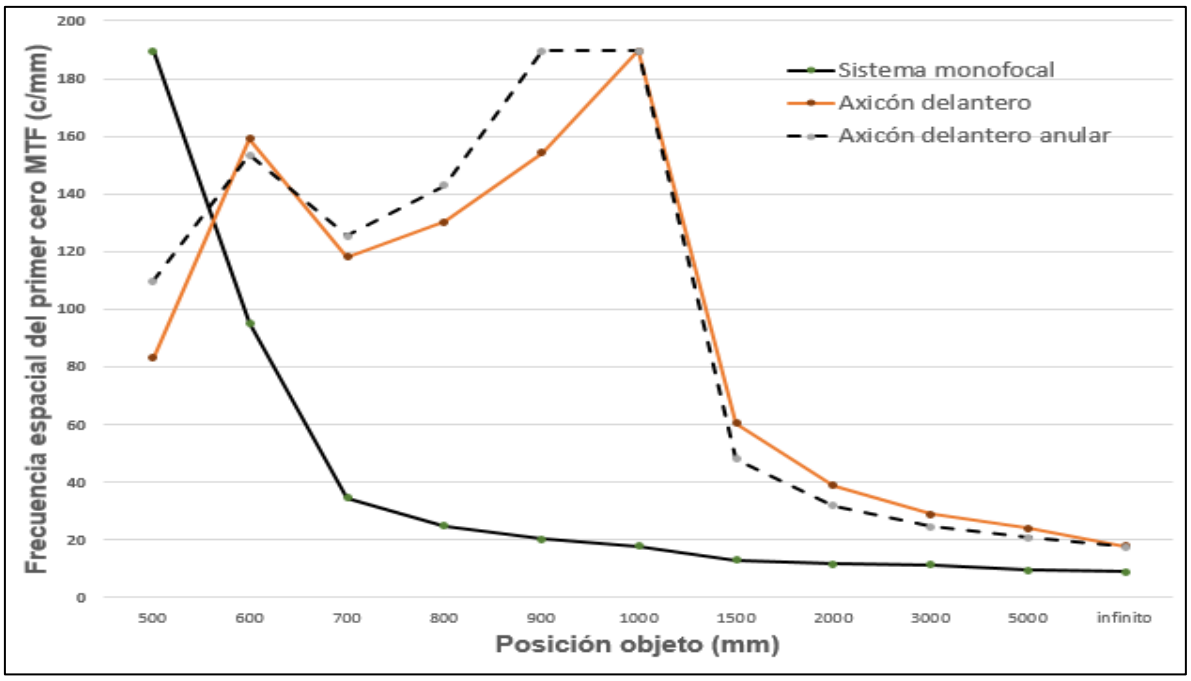


Fig.6.1 Frecuencia espacial del primer cero de MTF en función de la posición objeto para el axicon delantero, versión anular y el sistema monofocal.

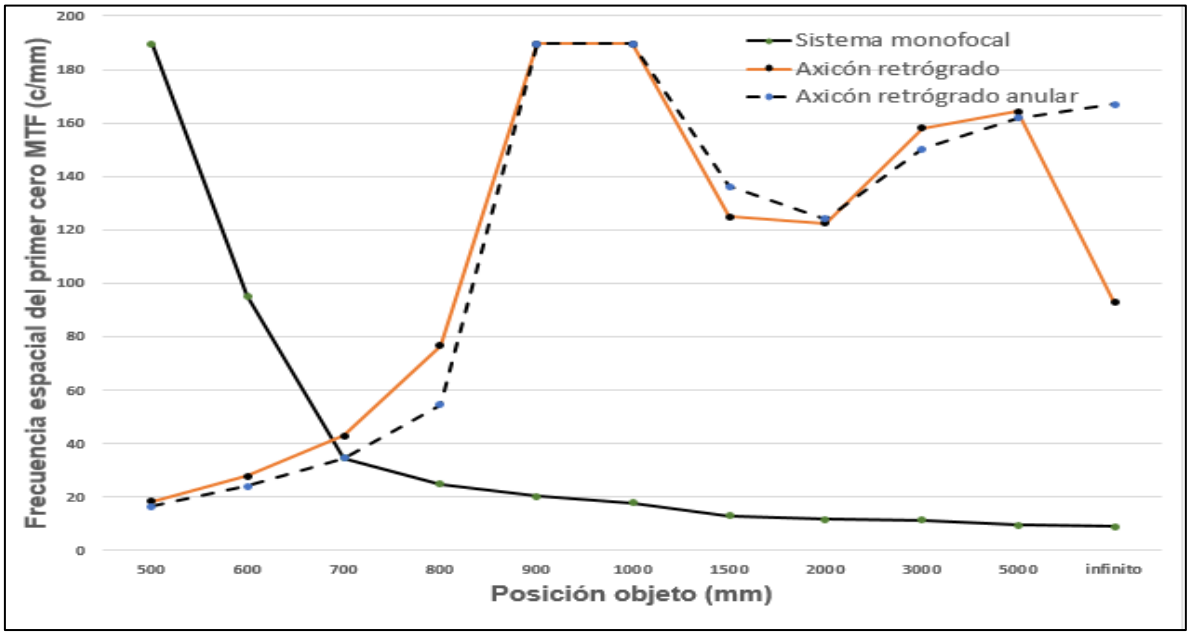


Fig.6.2 Frecuencia espacial del primer cero de MTF en función de la posición objeto para el axicon retrógrado, versión anular y el sistema monofocal.

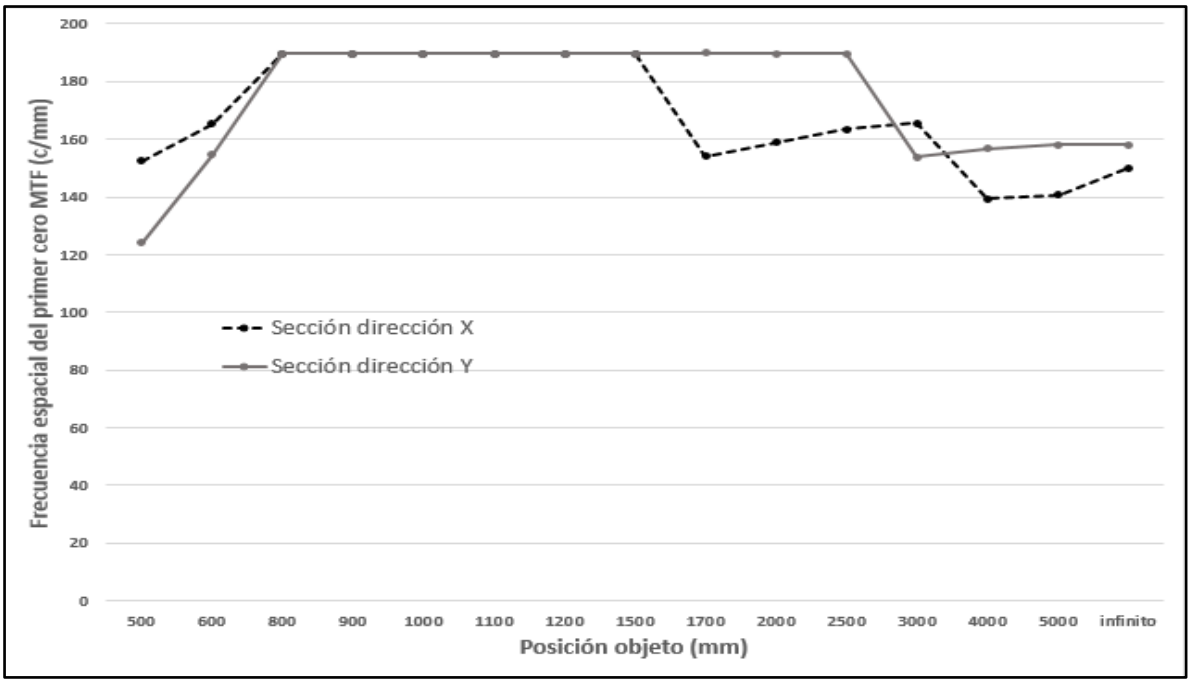


Fig.6.3 Frecuencia espacial del primer cero de MTF en función de la posición objeto para el elemento óptico ojo de pavo.

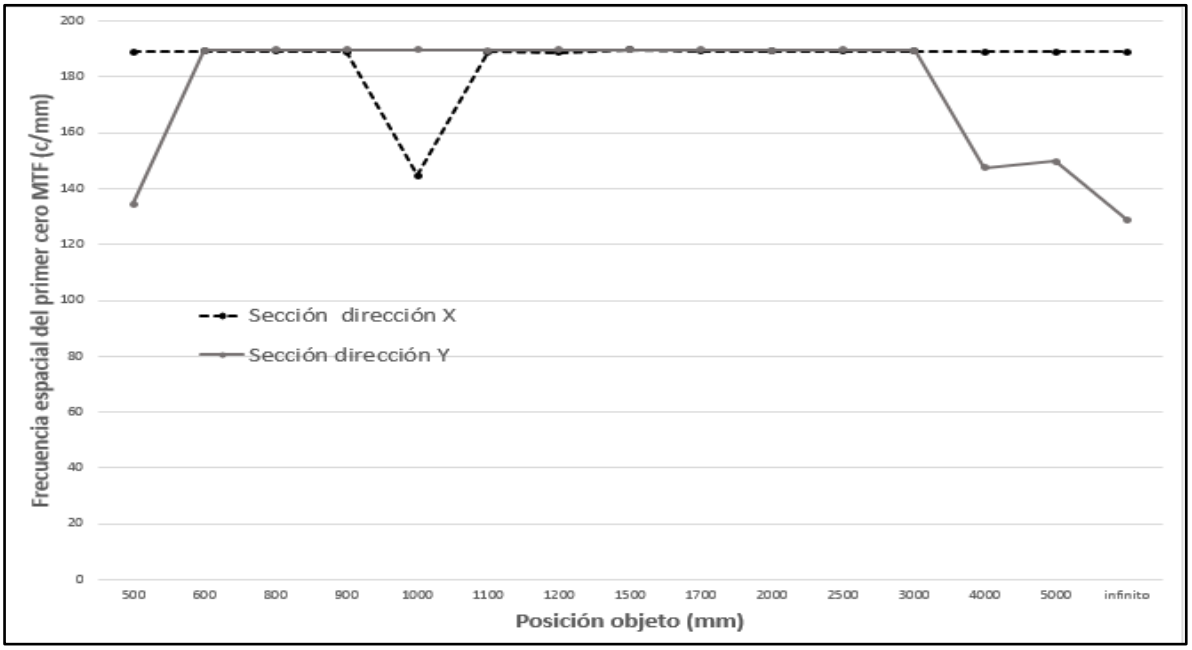


Fig.6.4 Frecuencia espacial del primer cero de MTF en función de la posición objeto para el elemento óptico espada de luz.

Tabla 6-9: Valor MTF de la frecuencia espacial del objto (31.25 c/mm) en función de la posición objeto para los axicones y lente.

Posición Objeto (mm)	500	600	800	1000	1500	2000	3000	5000	Infinito
Sistema monofocal	0.791	0.420	0.085	0.051	0.051	0.033	0.005	0.026	0.018
Axicon delantero	0.175	0.269	0.368	0.417	0.276	0.114	0.039	0.111	0.107
Axicon delantero anular	0.241	0.309	0.342	0.324	0.134	0.005	0.077	0.083	0.023
Axicon retrógrado	0.078	0.056	0.322	0.419	0.358	0.315	0.276	0.244	0.194
Axicon retrógrado anular	0.011	0.083	0.183	0.326	0.351	0.335	0.317	0.296	0.257

Tabla 6-10: Valor MTF de la frecuencia espacial del objeto (31.25 c/mm) en función de la posición objeto para el ojo de pavo.

Posición Objeto (mm)	500	600	800	1000	1200	1500	2000	3000	5000	Infinito
X	0.176	0.263	0.279	0.307	0.296	0.283	0.286	0.212	0.235	0.188
Y	0.104	0.157	0.325	0.388	0.368	0.306	0.229	0.167	0.134	0.109

Tabla 6-11: Valor MTF de la frecuencia espacial del objeto (31.25 c/mm) en función de la posición objeto para la espada de luz.

Posición Objeto (mm)	500	600	800	1000	1200	1500	2000	3000	5000	Infinito
X	0.141	0.301	0.370	0.302	0.338	0.396	0.398	0.322	0.227	0.143
Y	0.166	0.265	0.412	0.543	0.491	0.364	0.280	0.268	0.246	0.187

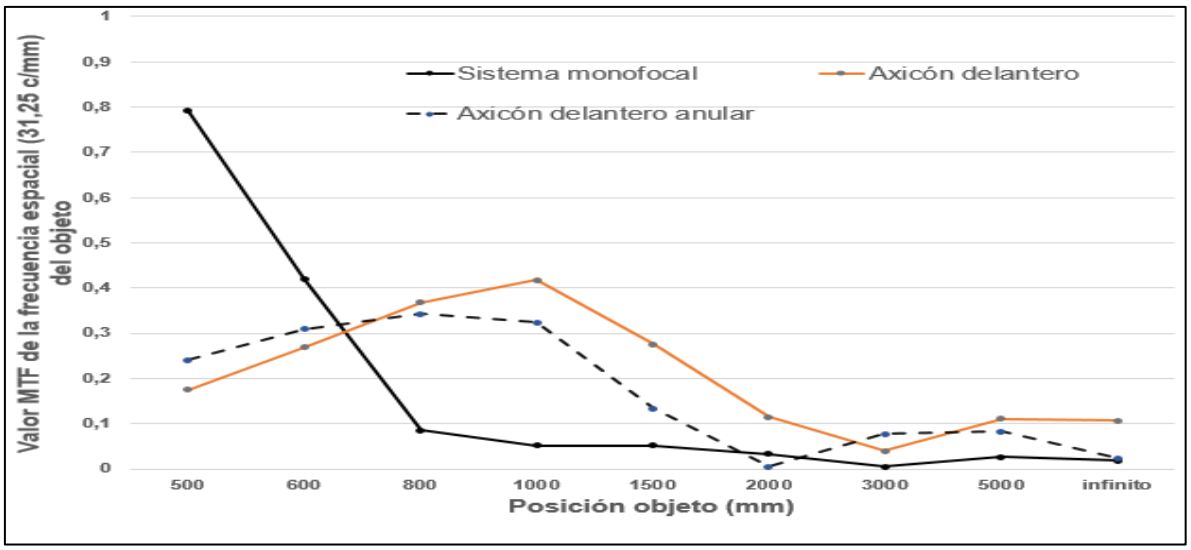


Fig.6.5. Valor de MTF de la frecuencia espacial (31,25 c/mm) del objeto en función de la posición objeto para el axicon delantero, versión anular y el sistema monofocal.

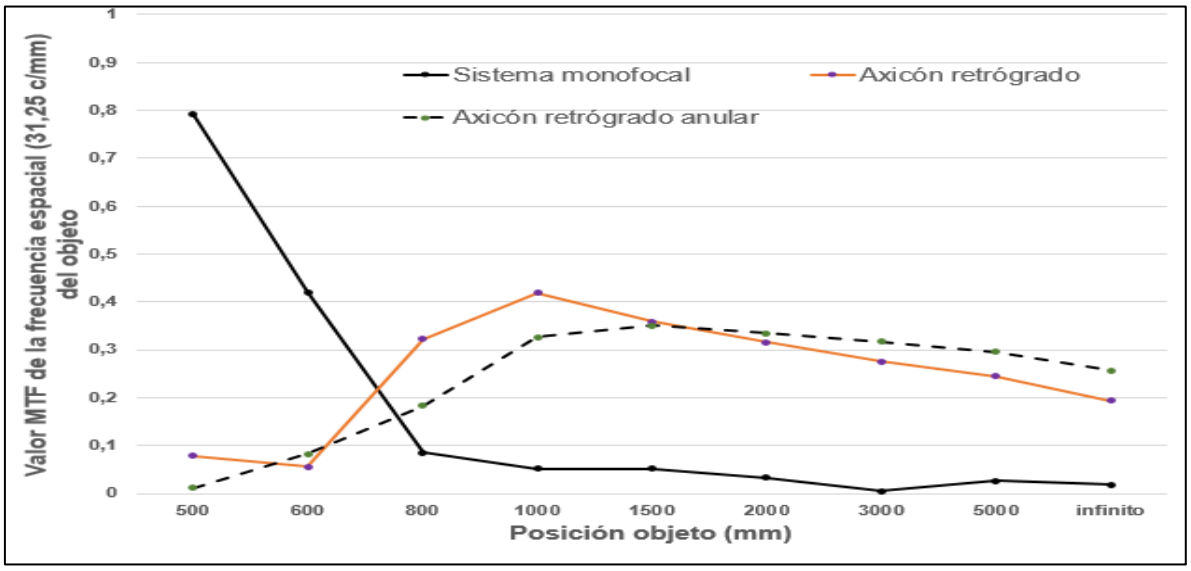


Fig.6.6. Valor de MTF de la frecuencia espacial (31,25 c/mm) del objeto en función de la posición objeto para el axicon retrógrado, versión anular y el sistema monofocal.

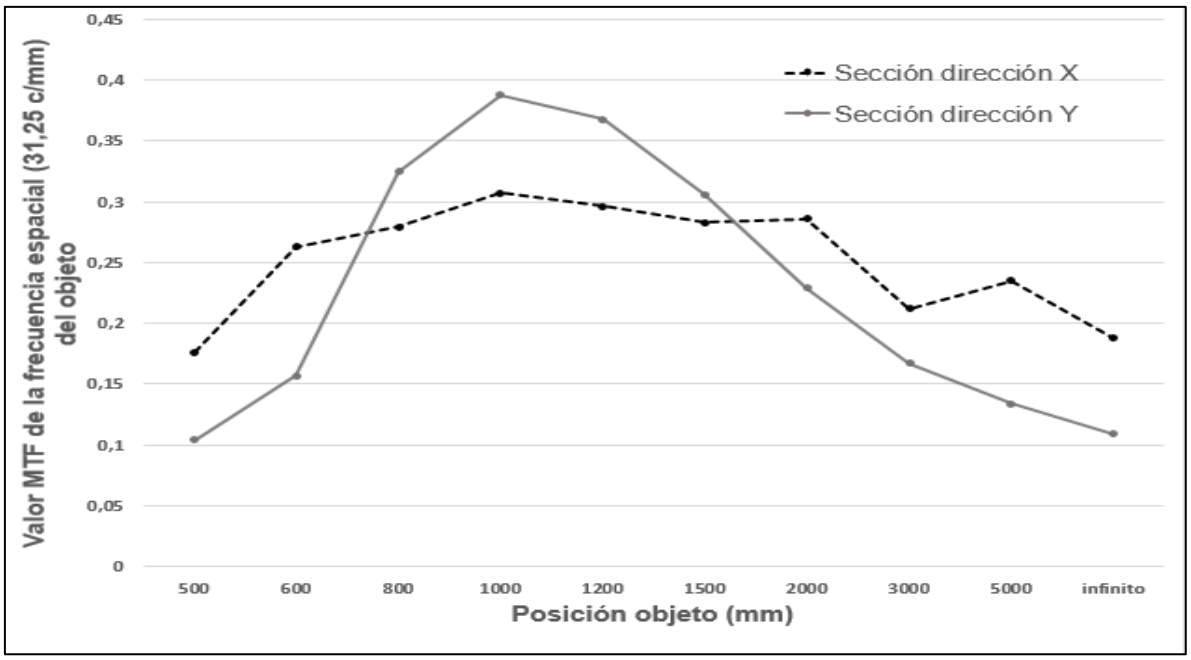


Fig.6.7. Valor de MTF de la frecuencia espacial (31,25 c/mm) del objeto en función de la distancia objeto para el elemento óptico ojo de pavo.

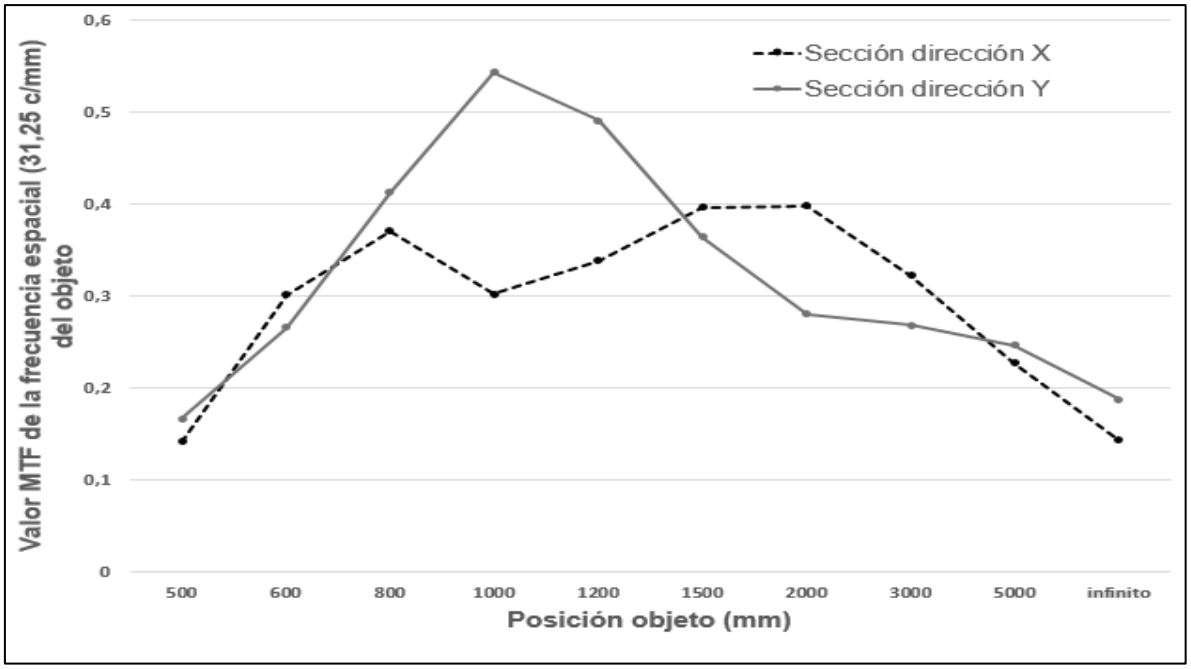


Fig.6.8. Valor de MTF de la frecuencia espacial (31,25 c/mm) del objeto en función de la distancia objeto para el elemento óptico espada de luz.

Tabla 6-12: Valor MTF de la frecuencia espacial del objeto (6.25 c/mm) en función de la posición objeto para los axicones y lente.

Posición Objeto (mm)	500	600	800	1000	1500	2000	3000	5000	Infinito
Sistema monofocal	0.957	0.927	0.818	0.722	0.570	0.488	0.406	0.340	0.116
Axicón delantero	0.601	0.732	0.851	0.893	0.908	0.897	0.873	0.844	0.800
Axicón anular delantero	0.641	0.754	0.857	0.889	0.890	0.872	0.841	0.807	0.758
Axicón retrógrado	0.780	0.867	0.908	0.894	0.835	0.791	0.738	0.692	0.632
Axicón anular retrógrado	0.737	0.836	0.894	0.890	0.845	0.807	0.761	0.718	0.663

Tabla 6-13: Valor MTF de la frecuencia espacial del objeto (6.25 c/mm) en función de la posición objeto para el elemento óptico ojo de pavo.

Posición Objeto (mm)	500	600	800	1000	1200	1500	2000	3000	5000	Infinito
X	0.697	0.807	0.890	0.904	0.898	0.879	0.849	0.808	0.768	0.713
Y	0.698	0.814	0.901	0.917	0.911	0.893	0.863	0.821	0.780	0.723

Tabla 6-14: Valor MTF de la frecuencia espacial del objeto (6.25 c/mm) en función de la posición objeto para el elemento óptico espada de luz.

Posición Objeto (mm)	500	600	800	1000	1200	1500	2000	3000	5000	Infinito
X	0.672	0.767	0.837	0.850	0.845	0.830	0.805	0.771	0.737	0.691
Y	0.696	0.816	0.906	0.922	0.916	0.897	0.865	0.822	0.779	0.721

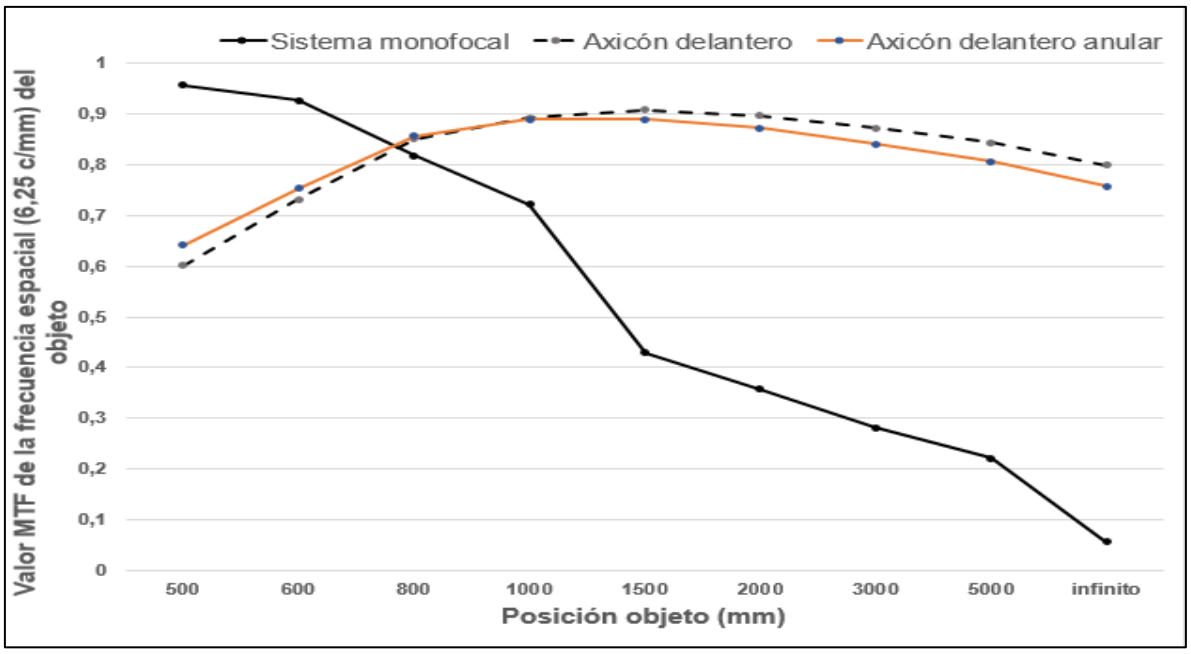


Fig.6.9. Valor de MTF de la frecuencia espacial (6,25 c/mm) del objeto en función de la posición objeto para el axicon delantero, versión anular y el sistema monofocal.

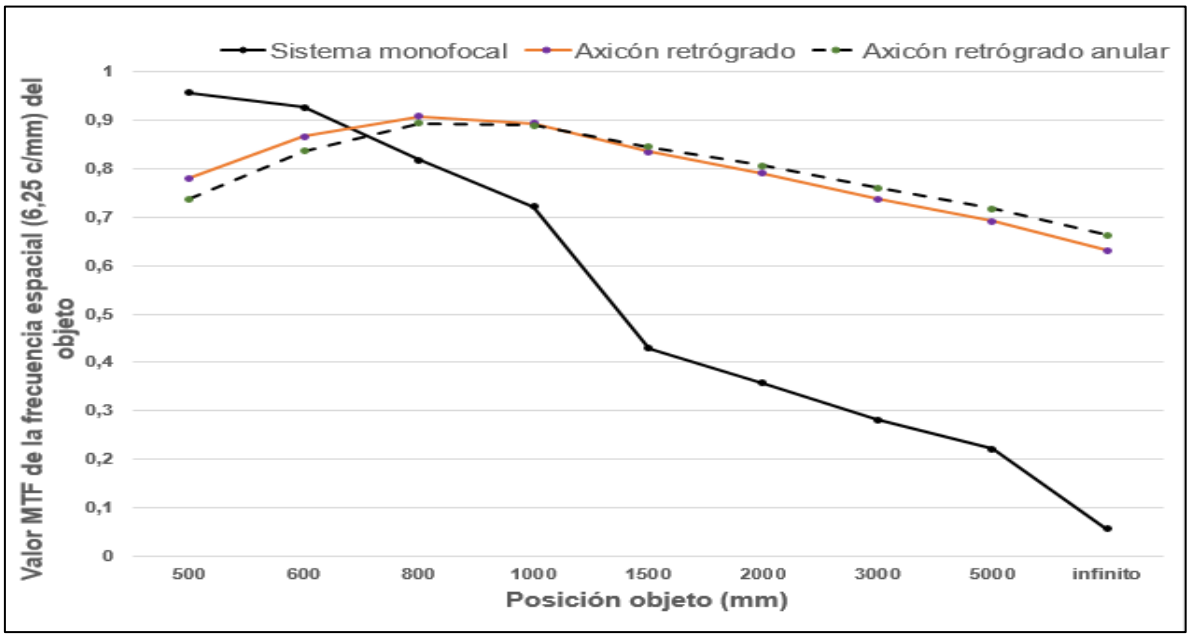


Fig.6.10. Valor de MTF de la frecuencia espacial (6,25 c/mm) del objeto en función de la posición objeto para el axicon retrógrado, versión anular y el sistema monofocal.

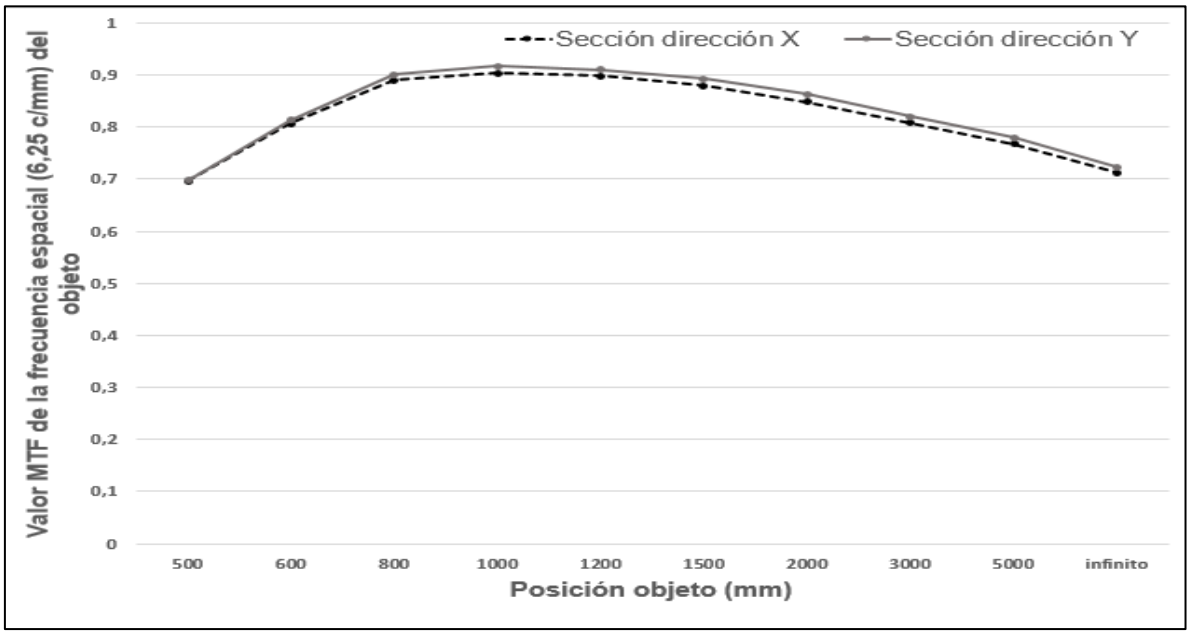


Fig.6.11. Valor de MTF de la frecuencia espacial (6,25 c/mm) del objeto en función de la distancia objeto para el elemento óptico ojo de pavo.

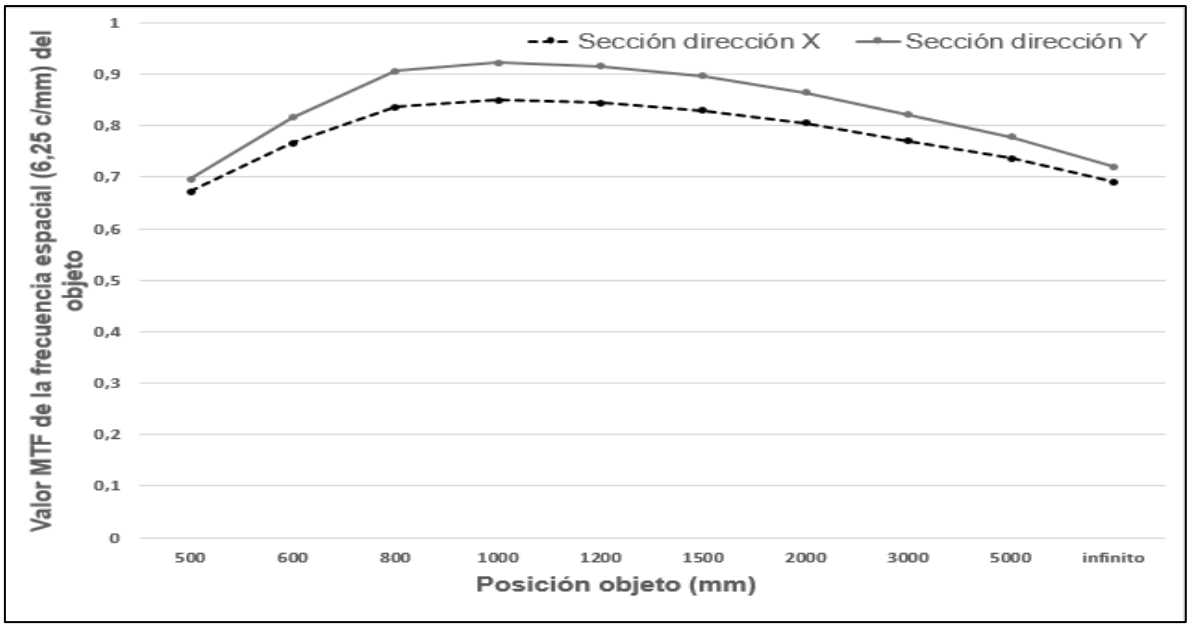


Fig.6.12. Valor de MTF de la frecuencia espacial (6,25 c/mm) del objeto en función de la distancia objeto para el elemento óptico espada de luz.

De acuerdo al análisis anterior, encontramos que los axicones, logarítmico y el anular delantero presentan una MTF con pocas oscilaciones en el rango de distancias entre 500 y 1000 mm. Por encima del límite superior de este rango, encontramos que la MTF empieza a oscilar rápidamente con muchos valores nulos. Estas oscilaciones se traducen que el sistema formador de imágenes transfiere pocas frecuencias espaciales altas del objeto a la imagen cuando las distancias están por encima de los 1500 mm.

Este comportamiento de la MTF nos permite concluir que estas transmitancias de fase forman imágenes con muy bajo contraste para distancias grandes, como las que se requieren en un sistema de video vigilancia. Por tal motivo, se descartan estos elementos para ser utilizados en este sistema formador de imágenes.

Los otros elementos con simetría de revolución son el axicon logarítmico retrógrado y anular retrógrado. Sus gráficas de MTF nos muestran que a partir de la distancia de plano objeto de 1000 mm, la MTF empieza a tener un comportamiento más regular con pocos valores nulos, esto es, empieza a mejorar el contraste de la imagen. Estos resultados permiten concluir que se puede utilizar uno de estos elementos en un sistema de video-vigilancia, por tener la capacidad de formar imágenes reconocibles y de buen contraste para un rango muy amplio de distancias de plano objeto.

Con respecto a los elementos que no tienen simetría de revolución, encontramos que el ojo de pavo forma imágenes reconocibles en todo el rango de frecuencias espaciales, más allá de tener una respuesta frecuencial más baja en la dirección Y, para las distancias por encima de los 5000 mm. Esto se observa en la fig.6.7 donde el objeto de prueba tiene una frecuencia espacial más alta y por lo tanto las imágenes pueden verse más afectadas en su contraste. Otro inconveniente que presenta este elemento difractivo y que se debe a su dependencia de la coordenada radial y azimutal, es la de producir imágenes con desplazamientos laterales. Este es un factor importante que los algoritmos de análisis de imágenes deben tener en cuenta para que la información suministrada por el sistema de video-vigilancia sea la correcta. Si lo que se quiere es formar imágenes de una escena y saber que está ocurriendo allí, este elemento presenta buenas posibilidades para ser utilizado en este sistema automático de formación de imágenes a pesar de los inconvenientes que genera en la imagen de salida.

En cuanto al elemento óptico espada de luz, se observa que las MTFs no presentan oscilaciones con valores de cero en todo el espacio frecuencial y para todas las distancias de plano objeto, motivo por el cual este elemento muestra mejores resultados en cuanto a contraste si los comparamos con los axicones. Si miramos los valores de MTF en las dos direcciones, encontramos que en la dirección Y a medida que aumentamos las distancias de plano objeto, la MTF se estrecha aún más antes de su primer cero, sin embargo, los resultados son mejores que los presentados por el elemento óptico ojo de pavo. En cuanto a la MTF en la dirección X se observa un comportamiento más regular, con valores importantes de contraste para las frecuencias espaciales antes del primer cero de MTF.

Con el elemento óptico espada de luz se forman imágenes reconocibles en todo el rango de distancias de plano objeto. Como se dijo en el sistema de inspección visual, este elemento presenta el inconveniente de formar imágenes con una mancha o spot focal en un costado. Sin embargo, para una aplicación de video-vigilancia y dependiendo de lo que se quiere enfocar, muestra buenas posibilidades para su aplicación.

7. RESULTADOS EXPERIMENTALES PARA LA ESPADA DE LUZ

En este capítulo se muestran los resultados del montaje experimental para probar la gran profundidad de foco de la espada de luz. Para esto, se utilizaron dos espadas de luz, que llamaremos lente 1 y lente 2, diseñadas para la corrección de la presbicia, es decir, con parámetros para la visión. Esto se debe a que no fue posible por cuestiones económicas y tecnológicas en Colombia, construir estas lentes con los parámetros propuestos para los respectivos sistemas automáticos de formación de imágenes, sin embargo, los resultados encontrados con las anteriores lentes nos permiten evaluar las características que tienen éstas, principalmente su profundidad de foco. Cabe aclarar que estas lentes fueron amablemente prestadas por el grupo de Óptica y Fotónica de la Universidad de Antioquia aunque fabricadas en la Universidad Politécnica de Varsovia.

La lente 1 tiene 8.0 mm de diámetro y una profundidad de campo de 333,3 mm hasta el infinito, lo cual representa una profundidad de foco en su diseño de 3 Dioptrías[6]. P. La lente 2 tiene un diámetro de 4.65 mm y una longitud focal aproximada de 530 mm/ 300 mm. Una de las principales diferencias entre estas dos lentes, más allá de su profundidad de foco, es el material con el cual fueron diseñadas. La primera lente fue hecha con PMMA que es un polímero termoplástico altamente transparente. La segunda lente fue hecha con fotoresit Ormocer sobre sustratos de vidrio delgado de 25.4 mm de diámetro y 1mm de espesor.

El plano de la lente 1 está ubicado a una distancia de 600 mm del plano imagen. La distancia mínima del objeto respecto al plano lente es de 560 mm. Con el propósito de comprobar la profundidad de foco de la espada de luz, el plano objeto lo cambiamos cada 100 mm y capturamos las respectivas imágenes.

[6] La dioptría expresa el poder de refracción de una lente o potencia de la lente y equivale al valor recíproco o inverso de su longitud focal (distancia focal) expresada en metros.

La lente 2 está a la misma distancia de 600 mm respecto al plano imagen pero la distancia mínima del plano objeto respecto al plano lente es de 620 mm. También el plano objeto lo cambiamos cada 100 mm para capturar las respectivas imágenes.

Como objeto se utilizó una transparencia con la letra E de tamaño 3mmx2mm y las imágenes de los resultados experimentales se obtuvieron con una cámara CCD Sony SSC-M370.

Se empleó un led blanco y un objetivo de microscopio con longitud focal de 20 cm para producir la onda que ilumina la transparencia. En el montaje de la fig.7.1 también se utiliza una lente colimadora con longitud focal de 10 cm y dos polarizadores para hacer los ajustes necesarios en la direccionalidad e intensidad de la onda.

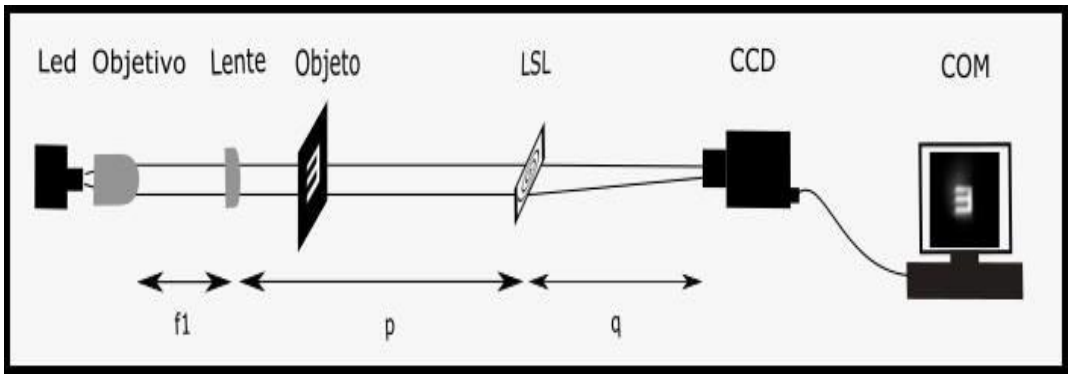


Fig.7.1 Esquema experimental para probar la profundidad de foco de la espada de luz

7.1. Resultados experimentales

En la tabla 7-1 se muestran las imágenes encontradas experimentalmente utilizando la lente 1. Las imágenes muestran claramente que para diferentes planos de objeto, la imagen se sigue reconociendo a pesar de la mancha que se forma en un costado de ésta. Esta mancha, como se explicó, se debe a que la función de punto extendido es una mancha focal sin simetría radial y ligeramente estirada. La otra característica de la espada de luz,

más allá de tener una modulación angular, es el enfoque que cada sector angular diferencial hace sobre un pequeño segmento perpendicular al eje óptico.

Las imágenes se reconocen en todo el rango de distancias y la magnificación disminuye como se espera en este sistema formador de imágenes.

Los resultados experimentales para la lente 2 muestran unos resultados parecidos. En la tabla 7-2 se observa que las imágenes se reconocen desde la primera distancia objeto, es decir, desde los 620 mm respecto al plano lente. Un aspecto importante para resaltar en estas imágenes es la presencia de réplicas alrededor de la letra E. Esto se debe a que la espada de luz, más allá de carecer de simetría radial y producir una mancha al costado de la letra, está protegida por un vidrio de soporte y por ahí la luz se transmite ocasionando la presencia de algunas de dichas réplicas.

Tabla 7-1: Imágenes generadas por la lente 1 en función de la distancia del plano objeto.

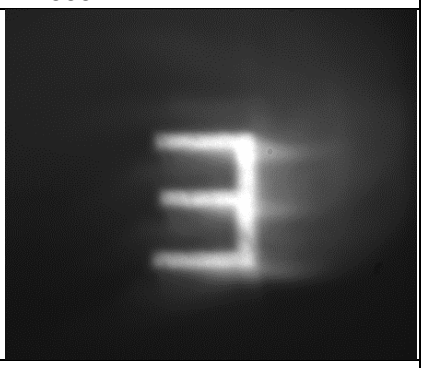
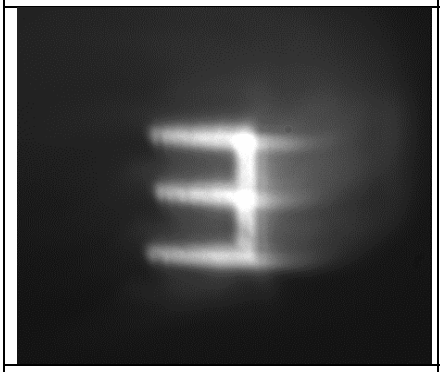
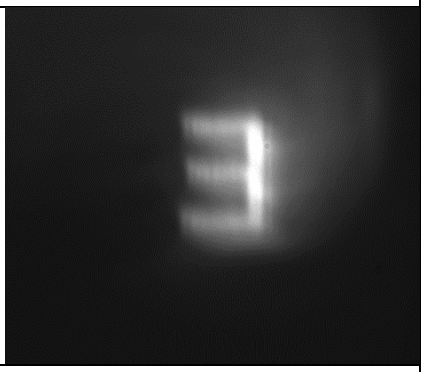
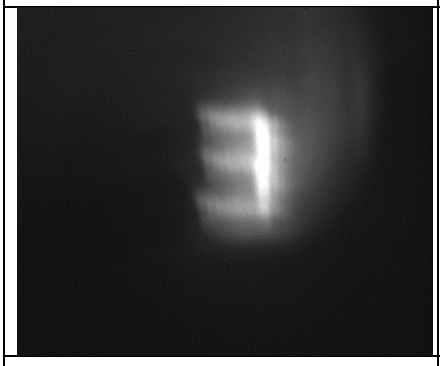
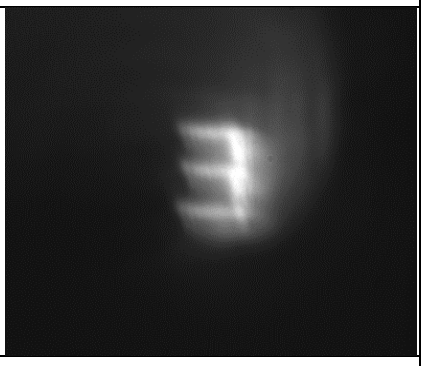
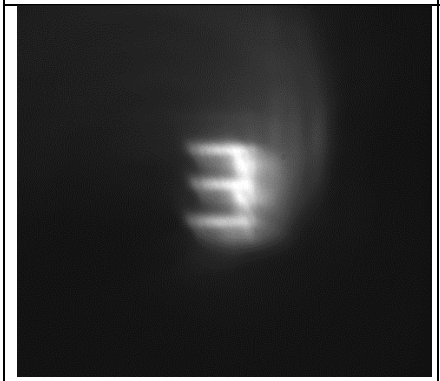
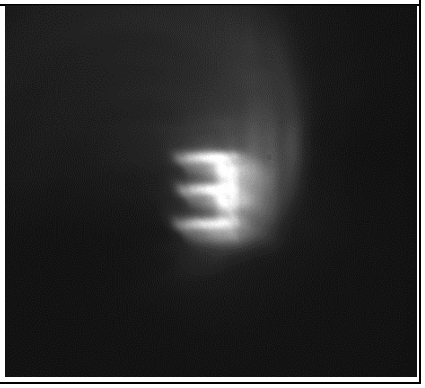
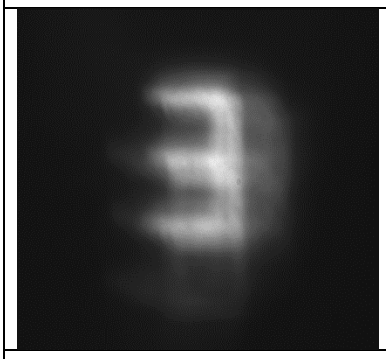
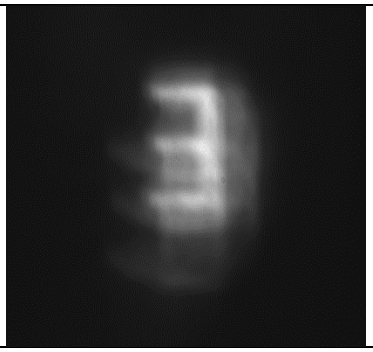
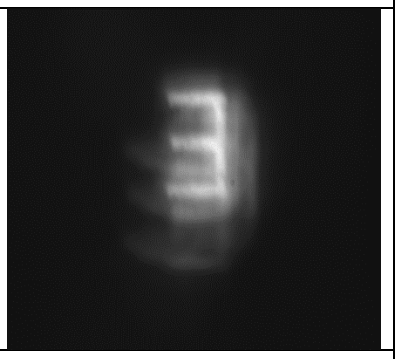
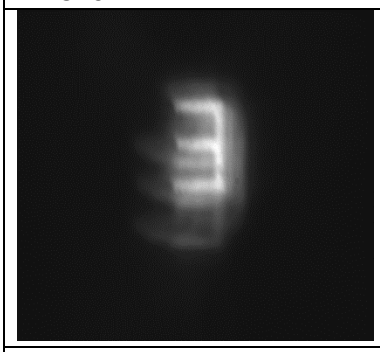
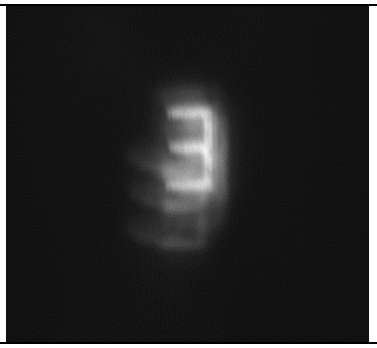
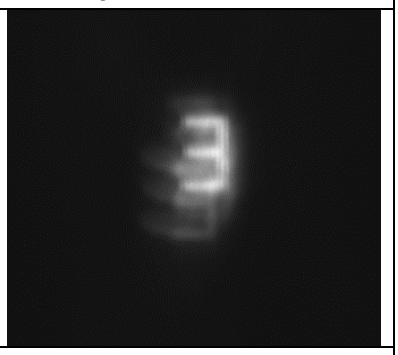
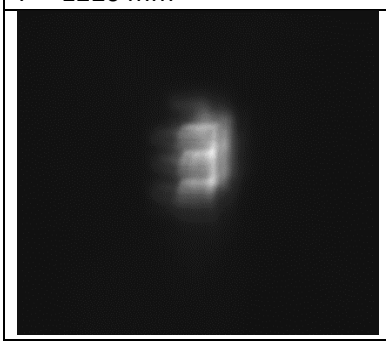
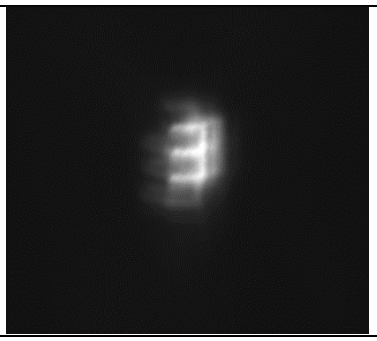
P = 560 mm	P = 660 mm
	
P = 760 mm	P = 860 mm
	
P = 960 mm	P = 1060 mm
	
P = 1160 mm	P = 1260 mm
	

Tabla 7-2: Imágenes generadas por la lente 2 en función de la distancia del plano objeto.

P = 620 mm	P = 720 mm	P = 820 mm
		
P = 920 mm	P = 1020 mm	P = 1120 mm
		
P = 1220 mm	P = 1320 mm	P = 1420 mm
		

7.2. Simulación con espada de luz (lente 1)

En este apartado, se hace la simulación de la transmitancia de fase de la espada de luz con profundidad de foco de 3 Dioptrías con base a los parámetros experimentales. Para esto hacemos uso de su distribución de fase dada por [42]:

$$\Delta l(r,\theta) = l_{max} - \frac{\Delta D \theta r^2}{4\pi(n-1)}$$

Donde n es el índice de refracción, l_{max} denota el máximo grosor del elemento y D es la máxima potencia óptica de la espada de luz, que en este caso es de 3 D. Como se dijo anteriormente, este elemento depende de la coordenada radial r y angular θ. En la fig.7.2 se observa la representación de la transmitancia del elemento mencionado.

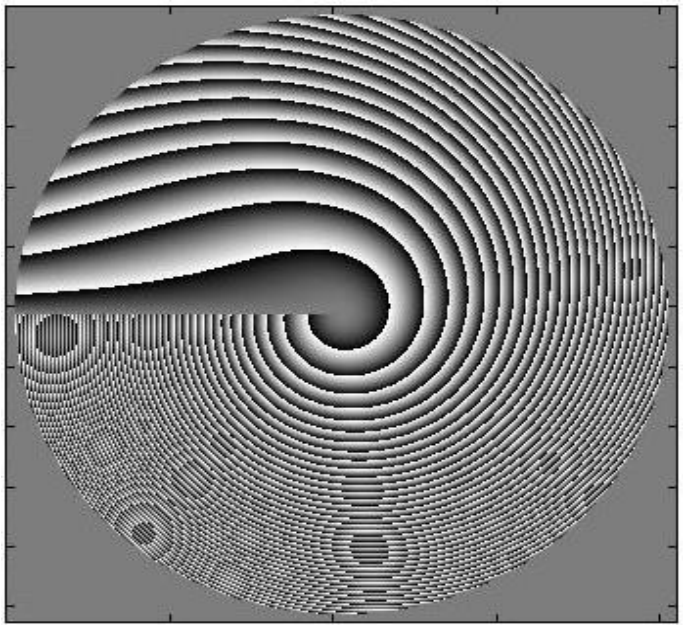
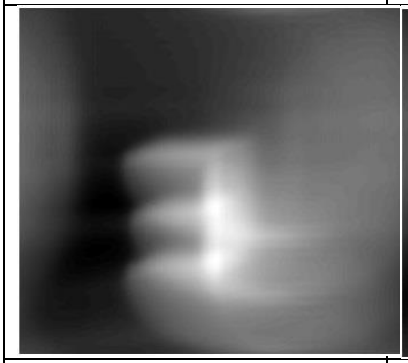
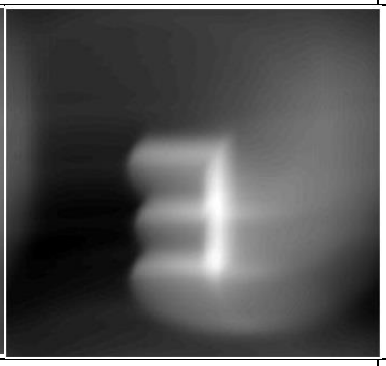
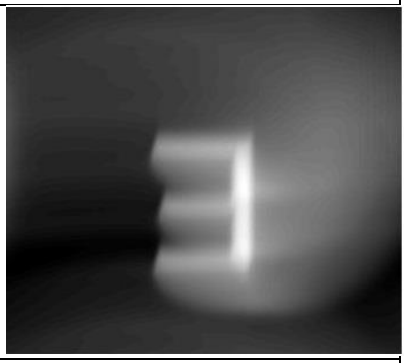
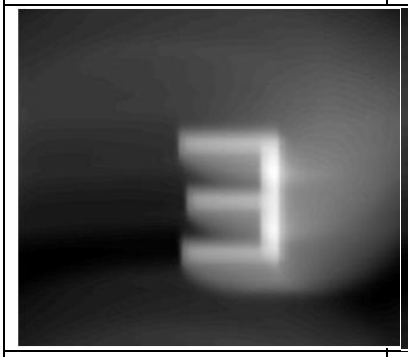
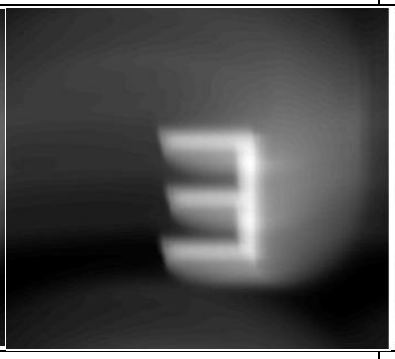
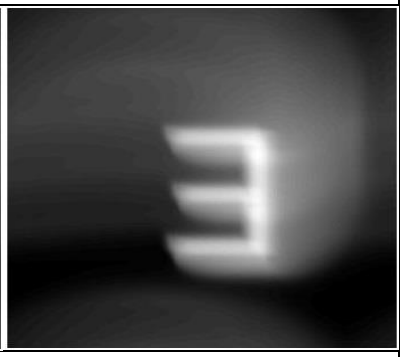
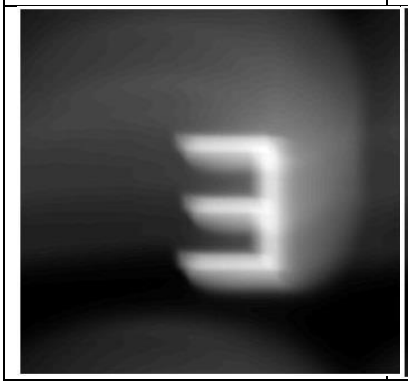
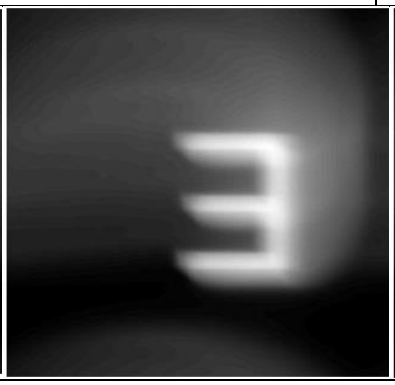
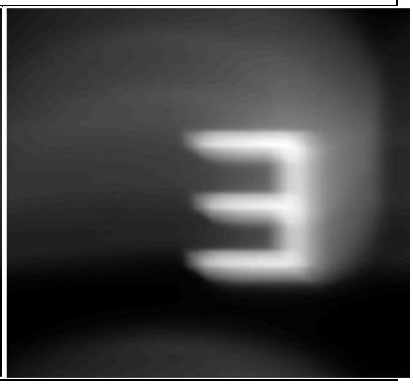


Fig.7.2 Representación transmitancia del elemento óptico espada de luz

En la tabla 7-3 se muestran las imágenes encontradas con la espada de luz en función de las posiciones del plano objeto. La imagen de salida se reconoce para cada una de las

distancias de trabajo aunque se observa una gran mancha en forma de coma que sale de un costado de la letra. Estos resultados son comparables a los encontrados en la parte experimental más allá de tener una magnificación unitaria en la simulación.

Tabla 7-3: Imágenes generadas por la espada de luz en función de la distancia del plano objeto. Simulación con lente 1 y parámetros experimentales.

P = 560 mm	P = 660 mm	P = 760 mm
		
P = 860 mm	P = 960 mm	P = 1060 mm
		
P = 1160 mm	P = 1260 mm	P = 1360 mm
		

Las imágenes encontradas en el experimento y en la simulación muestran en gran medida que la espada de luz presenta una profundidad de foco extendido, esto es, teniendo fijas las posiciones del plano lente y el plano imagen, se lograron encontrar imágenes reconocibles para diferentes distancias de planos de objeto, algo que una lente convencional no puede hacer. Sin embargo es importante mirar las consecuencias que pueden ocasionar esos pequeños “fantasmas” o manchas que se forman en la imagen al utilizar este elemento difractivo. En las aplicaciones oftalmológicas se espera que estos inconvenientes que presenta la espada de luz sean compensados parcialmente por el cerebro y que el ojo pueda desarrollar un mecanismo de adaptabilidad psicofísica [43]. Pero en los sistemas automáticos de formación de imágenes esto no es posible que suceda, teniendo en cuenta además que estas imágenes son analizadas por programas de reconocimiento de imágenes. Es por esto, que la aplicación de este elemento difractivo depende de gran medida de las funciones o propósitos del sistema automático, por ejemplo, si es para enfocar una escena es posible utilizarlo en un sistema de video-vigilancia, pero si es para detectar errores de una pieza que pasa por una banda, como en un sistema de inspección visual, puede que las imágenes no sean claras en todo el plano, impidiendo ver todos los detalles de la misma.

8. CONCLUSIONES Y PERSPECTIVAS

8.1 Conclusiones

Los elementos difractivos son lentes no convencionales que han alcanzado un gran impacto hoy en día en la construcción de sistemas ópticos formadores de imágenes, gracias a las ventajas que ofrece en generar frentes de onda con fases arbitrarias y por la posibilidad de ser construidos con materiales livianos y delgados. Dentro de estos elementos están los que tienen profundidad de foco extendido, cuya principal característica es la de formar no un punto focal sino un segmento de línea focal sobre el eje óptico. La ventaja de esta cualidad radica en que cada punto del segmento focal está relacionado con un determinado plano objeto en el proceso de formación de imágenes.

Una de las prometedoras aplicaciones de estos elementos ópticos con profundidad de foco extendido se encuentra en la oftalmología, principalmente en la corrección de la presbicia, por tal motivo, las investigaciones sobre estos elementos en los últimos años se han encaminado al diseño y aplicación de estas lentes no convencionales para este fin, mostrando resultados muy interesantes. En este trabajo, la mirada está puesta en los sistemas de visión artificial y en la posibilidad de proponer un sistema óptico que haga uso de una sola lente fija, y que pueda capturar imágenes de buena calidad para distintas distancias de plano objeto de manera simultánea. Para resolver este problema, se ha pensado en los elementos difractivos con profundidad de foco extendido.

En atención a lo expuesto, este trabajo tuvo como propósito el estudio de algunos elementos ópticos difractivos con profundidad de foco como el axicon logarítmico delantero, axicon logarítmico retrógrado y sus respectivas versiones anulares, los elementos ópticos ojo de pavo real y la espada de luz y su aplicación en sistemas automáticos de formación de imágenes, principalmente en un sistema de inspección visual y en un sistema de video-vigilancia. El interés en este estudio se debe a la propiedad que tienen estas lentes de enfocar una onda plana en un segmento del eje óptico, lo que las hacen diferentes de las lentes convencionales.

Con el fin de proponer aquel o aquellos elementos ópticos difractivos que tuvieran un mejor desempeño en un sistema de video-vigilancia o en un sistema de inspección visual, se diseñó la transmitancia de fase de cada uno utilizando el método de trazado de rayos y el principio de conservación de energía. Posteriormente se realizó la simulación del sistema formador de imágenes que consiste en propagar la luz desde el objeto hasta el plano imagen, pasando a través de la transmitancia de cada elemento. La simulación se realizó con distintos parámetros para cada sistema automático de formación de imágenes ya que ambos, motivo de sus aplicaciones, manejan diferentes distancias de plano objeto, distancias cortas para un sistema de inspección visual y cortas-largas para un sistema de video vigilancia. Estas simulaciones condujeron a los resultados de los capítulos 6 y 7 donde se muestran las imágenes y las gráficas de MTF en función de las frecuencias espaciales, para cada una de las transmitancias de fase. Con estas gráficas se realizó el análisis del rango de frecuencias espaciales que contribuyen o no a la formación de la imagen. Para estos análisis se propusieron tres criterios para evaluar de manera más objetiva los resultados encontrados con cada una de las transmitancias.

Durante la simulación fue importante tener en cuenta varios criterios o restricciones que permitieran tener un control de los parámetros en dicha simulación. Uno de los criterios es dado por la expresión (5.2) el cual nos pone un límite a las frecuencias espaciales presentes en el sistema óptico limitado por difracción. Para no violar esta restricción y tener la seguridad que estamos analizando todas las frecuencias espaciales de la imagen, se propusieron diámetros de pupilas que nos garantizaran no violar dicha desigualdad. Por eso se propuso un tamaño de pupila de 3 mm utilizando el intervalo de muestreo de 0.002 mm por pixel.

Los resultados del capítulo 6 nos muestran las imágenes y gráficas de MTF para un sistema de inspección visual, donde las distancias de plano objeto que se propusieron están en el rango [200 2000] mm. Haciendo el análisis de los elementos ópticos con simetría de revolución como para los elementos ópticos sin simetría de revolución, encontramos que los elementos que mejor respondieron en la formación de imágenes, en rango más amplio, fueron el axicon logarítmico retrogrado, el ojo de pavo y la espada de luz. Estos tres elementos muestran imágenes reconocibles de aceptable contraste en un rango amplio de distancias, el axicon logarítmico retrogrado para distancias de plano objeto a partir de los 500 mm hasta los 2000 mm y el ojo de pavo junto con la espada de luz en todo el rango de

distancias. Los resultados nos permitieron concluir que el axicón retrógrado tiene buenas opciones para ser aplicado en un sistema de inspección visual por su capacidad de formar imágenes reconocibles en un rango amplio de distancias. Aunque los elementos ópticos ojo de pavo y espada de luz muestran imágenes reconocibles en todo el rango de distancias, se presentan desplazamientos laterales y manchas en ellas que pueden llevar a producir errores en un sistema de inspección visual, teniendo en cuenta que estos sistemas automáticos lo que buscan, por lo general, es detectar fallas o inconsistencias en las piezas que pasan por la banda.

En conclusión para el sistema de inspección visual inicialmente se propone implementar el axicón logarítmico retrógrado

En cuanto a los resultados encontrados en el capítulo 7 para un sistema de video vigilancia, se propusieron transmitancias de fase con segmento focal sobre el eje, de intervalo [23.8 mm 25 mm]. Con este rango se quería formar imágenes de buena calidad sin importar la ubicación del plano objeto. Este plano objeto estaba a una distancia mínima de 500 mm respecto al plano transmitancia. A partir de allí la posición del plano objeto cambiaba hasta llegar a distancias de 250000 mm, 30000 mm, las que hemos llamado distancias en el infinito. Los resultados nos muestran que las transmitancias de fase que mejor responden en este intervalo de distancias de plano objeto son el axicon logarítmico retrógrado, el ojo de pavo y el elemento óptico espada de luz. En la simulación del axicon logarítmico retrogrado se observa que a partir de la distancia de plano objeto de 1000 mm, la gráfica de MTF deja de oscilar y presenta un comportamiento aproximadamente monótono decreciente y con valores de MTF importantes antes del primer cero de la función. Igualmente, la simulación con los elementos ópticos espada de luz y el ojo de pavo nos muestra imágenes reconocibles en todo el rango de distancias de plano objeto con valores importantes de MTF. Aquí Las particularidades que producen estos elementos en las imágenes posiblemente no sean una dificultad para evaluar la calidad de imagen que se requiere en un sistema de video-vigilancia, sobre todo si lo que se quiere es enfocar una escena y saber lo que está sucediendo allí.

Los resultados encontrados con estas dos transmitancias de fase nos permiten concluir que pueden ser una opción para ser utilizados en un sistema de video-vigilancia.

En los resultados encontrados para cada uno de los sistemas automáticos de formación de imágenes, se puede observar que los axicones se caracterizan por su bajo contraste, especialmente el axicon retrógrado para distancias cercanas. No obstante, el contraste de la imagen se puede cambiar de manera automática logrando con esto mejorar la calidad de la misma. Este último aspecto, más allá de los parámetros de diseño, es algo que muestra una clara diferencia entre un sistema automático de formación de imágenes y otras investigaciones que se han hecho, principalmente en las aplicaciones oftalmológicas donde el contraste ya no se puede modificar.

Experimentalmente se logró mostrar la profundidad de foco que presenta el elemento óptico espada de luz, donde se observa que la imagen es reconocible para cada una de las distancias de planos objeto. En estos resultados experimentales también se observa la mancha focal que genera este elemento óptico en las imágenes de salida, siendo uno de los motivos por los cuales este elemento no se propone para un sistema de inspección visual.

Finalmente, durante el trabajo se utilizó un método de propagación diferente al expuesto en el trabajo (propagar el campo del plano objeto al plano transmitancia y de ahí propagar el campo resultante hasta el plano imagen) para encontrar computacionalmente las imágenes de salida en el sistema óptico. Esta forma de propagar el campo permitiría formar imágenes con sus respectivas orientaciones y tamaños, según las distancias del plano objeto. Hacerlo de esta forma se logra simular un sistema más real. Los resultados fueron buenos cuando se utilizó una lente convencional, sin embargo, las imágenes encontradas con las demás transmitancias de fase no arrojaron los resultados que se esperaban, bien sea por el bajo contraste o por la resolución. Este problema no se pudo resolver y se decidió utilizar el método de convolución para encontrar las imágenes de salida. Este método consiste en realizar la convolución entre la intensidad de la imagen ideal predicha por la óptica geométrica y la función de punto extendido. Los resultados encontrados con el método de convolución nos permitieron evaluar cómo el sistema afecta la calidad de la imagen, sin embargo, ésta conserva el mismo tamaño y orientación del objeto.

8.2 Perspectivas

A futuro, queda pendiente la construcción de los dos elementos difractivos con profundidad de foco extendido que se propusieron para cada uno de los sistemas formadores de imágenes, el axicon retrogrado para un sistema de inspección visual y éste mismo junto con la espada de luz y el ojo de pavo para un sistema de video-vigilancia.

Las pruebas experimentales que se hicieron en este trabajo fueron con una espada de luz diseñada para la corrección de la presbicia, esto es, con parámetros exclusivos para la visión. Por eso, los resultados encontrados en el laboratorio solo nos permitieron comprobar su profundidad de foco extendido. Queda pendiente la prueba experimental de los elementos difractivos propuestos anteriormente para una evaluación exhaustiva de sus desempeños.

En cuanto a la simulación computacional, queda pendiente simular cada una de las transmitancias de fase con diferentes tamaños de pupila y observar cómo afecta la profundidad de foco. Para este trabajo solo se utilizó un tamaño de pupila de 3 mm de diámetro, sin embargo, es posible realizar la simulación para tamaños de pupila de 1 mm, 2 mm, 5 mm de diámetro. Computacionalmente es importante tener un buen manejo del tamaño de la pupila para no violar los criterios expuestos en el trabajo.

Queda pendiente también en profundizar en una simulación computacional que no haga uso de la convolución para encontrar las imágenes, sino en una simulación real del sistema óptico, que muestre las orientaciones y magnitudes reales de las imágenes.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] Castro, J., Vásquez, S., Hernández, J., García, O., Calleja, W. (2006).Óptica difractiva: una revisión al diseño y construcción de sistemas ópticos empleando lentes difractivas. Revista Mexicana de Física.Vol.56, núm. 6: 479-500

[2] Mikuła, G., Kolodziejczyk, A., Makowski, M., Prokopowicz, C., Sypek, M. (2005). Difractive elements for imaging with extended depth of focus. Optical Engineering, Vol. 44(5).

[3] Petelczyc, K., Ares, J., Bará, S., Gomez, M., Jaroszewicz, Z., Kolodziejczyk, A., Sypek, M. (2009). Presbyopia compensation with a light sword optical element of a variable diameter. Photonics Letters of Poland, Vol. 1 (2), 55-57

[4] Ciro, L. A. (2011). Optimización de elementos ópticos con profundidad de foco que puedan ser aplicados en la corrección de la presbicia. Tesis doctoral. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.

[5] Jaroszewicz, Z., Kolodziejczyk, A., Mouriz, D., Sochacki, J. (1993). Generalized zone plates focusing light into arbitrary line segments, J.Mod.Opt. 40, 601-612

[6] Sobrado, E. (2003). Sistema de visión artificial para el reconocimiento y manipulación de objetos utilizando un brazo robot. Tesis de maestría. Pontificia Universidad del Perú, Escuela de Graduados, Lima, perú.

[7] Visión artificial. Aplicación práctica de la visión artificial en el control de procesos industriales. (2012). Unión Europea,Fondo social Europeo.

[8] Giraldo, C. (2007).Dimensionalidad de piezas usando el sistema de visión de la celda de manufactura flexible en la facultad de ingeniería mecánica. Tesis de grado. Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia.

[9] Ortega, P., Pocasangre, E., Valle, F. (2004). Sistemas de inspección basada en visión artificial aplicado a un proceso industrial. Universidad Don Bosco, Soyapango, San Salvador, El Salvador.

[10] Turpín, J. (2011). Desarrollo de sistemas de inspección visual automatizado para una línea de envasado de morteros industriales. Tesis de pregrado. Universidad Politécnica de Cartagena, Cartagena, Colombia.

[11] Mira, A. (2004). Elementos ópticos difractivos obtenidos por Moiré. Tesis de maestría. Universidad de Antioquia, Medellín, Colombia.

[12] Torres, C., Mattos, L., Jiménez, C., Castillo, J., Torres, Y. (2008) Análisis de la Placa Zonal de Fresnel utilizando la teoría Fraccional de Fourier. Revista Colombiana de Física, Vol. 40, No.1.

[13] J. Sochacki, Kolodziejczyk, A., Bará, S., Jaroszewicz, Z. (1992). Phase retardation of the uniform-intensity axilens. Optics Letters. Vol. 17, No.1, 7-9.

[14] Jaroszewicz, Z. (1997). Axicons Design and propagation properties. R & D Treatises , Vol. 5, M. Pluta. Ed. SPIE Polish Chapter , Warsaw, Poland.

[15] Jaroszewicz, Z., Kolodziejczyk, A., Makowski, M., Mikuła, G., Pawlak, I., Petelczyc, K., Suszek, J., Sypek, M. (1996). Application of the Light Sword Optical Element in a case of Presbyopia. Proc. Of SPIE, 6187.

[16] Goodman, J.W. (2a Ed.). (1996). Introduction to Fourier Optics, McGraw-Hill.

[17] Sochacki, J., Kolodziejczyk, A., Jaroszewicz, Z, & Bará, S. (1990). Nonparaxial design of generalized axicons. Applied Optics, 31, 5326-5330.

[18] J.Sochacki, Kolodziejczyk, A., Bará, S., Jaroszewicz, Z. (1992). Phase retardation of the uniform-intensity axilens. Optics Letters. Vol. 17, No.1, 7-9.

[19] Staronski, L., Sochacki, J., Jaroszewicz, Z., Kolodziejczyk, A. (1992) Lateral distribution and flow of energy in uniform- intensity axicons. Optical Society Of America. Vol. 9, No. 11.

[20] Sochacki, J., Kolodziejczyk, A., Jaroszewicz, Z, & Staronski, L. (1993). Annular-aperture logarithmic axicon.

[21] Ares, J., Flores, R., Bará, S & Jaroszewicz, Z. (2005) Presbyopia compensation with a Quartic Axicon, Optometry and Vision Sc.82, 1071-1078.

[22] Kolodziejczyk, A., Bará, S., Jaroszewicz, Z., Sypek,M. (1990). The light sword optical element-a new diffraction structure with extended depth of focus. J.Mod.Opt. 37, 1283-1286.

[23] Bará, S., Frére, C., Jaroszewicz, Z., Kolodziejczyk, A., Leseberg, D. (1990) Modulation on-axis circular zone plates for a generation of three-dimensional focal curves. Journal of Modern Optics, Vol 37, No 8, 1287.1295.

[24] Gonzalez, G. (1997) Series de Fourier, Transformadas de Fourier y Aplicaciones. Divulgaciones Matemáticas. V. 5, No. ½, 43-60. Maracaibo, Venezuela.

[25] Mikowski, L (1998) Tratamiento de imágenes digitales. Análisis matemático III-Monografías. Facultad de Ingeniería. Universidad de Buenos Aires, Argentina.

[26] Schmidt, J (1975) Numerical simulation of optical wave propagation with examples in MATLAB. SPIE PRESS, Bellingham, Washington, USA.

[27] Beerends, R., Ter Morsche, H., Van den Berg., Van de Vrie, E (2003) Fourier and Laplace Transforms.Cambridge University Press.

[28] Lemma, C. (2011) Óptica de Fourier. Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad de Buenos Aires, Argentina

[29] Tudela, R (2004) Modulación compleja del plano complejo mediante pantallas de cristal líquido. Aplicación a la reconstrucción de hologramas de Fresnel digitales. Tesis Doctoral. Departamento de Física Aplicada y Óptica, Universidad de Barcelona, Barcelona, España.

[30] Cabrera, J., López, F. Apuntes de Interferencia y difracción. Departamento de Física de Materiales. Universidad Autónoma de Madrid, España.

[31] Boreman,G (2001) Modulation Transfer Function in Optical and Electro-Optical Sistems. SPIE PRESS, Bellingham, Washington. SPIE PRESS, Washington USA.

[32] Boreman,G.(1999) Fundamentos de Electro-Óptica para Ingenierios. SPIE PRESS, Bellingham, Washington. SPIE PRESS, Washington USA.

[33] Voelz, David.G. (2011) Computational fourier optics : a MATLAB tutorial. SPIE PRESS, Washington USA.

[34] Sánchez, L. Redes de difracción. Computación científica con Python para módulos de evaluación continua en asignaturas de ciencias aplicadas, disponible en: http://pendientedemigracion.ucm.es/info/aocg/python/optica/redes/index.html

[35] Toro, Noel., Rodriguez, G., Serrano, D. (2011). Teoría Física de Rejillas de Amplitud y Fase: Aplicaciones en la prueba de Ronchi. EAE Editorial Académica Española, Mexico.

[36] Comastri, S., Simon, J., Martin, G., Colombo, E., Issolio, L., Santillan, J., Aguirre, R. (2007). Opt. Pura Apl. 40 (1) 119-128.

[37] Petelczyc, K., Bará, S., Ciro, A., Jaroszewicz, Z., Kakarenko, K., Kolodziejczyk, A., Sypek, M. (2011) Contrast transfer characteristics of the light sword optical element designed for presbyopia compensations. Journal of the European Optical Society. Rapid Publications 6, 11053

[38] Henao, R., Ciro, A., Kolodziejczyk, A., Jaroszewicz, Z. (2009) Elementos difractivos en la corrección de la presbicia, Bistua: Revista de la Facultad de Ciencias Básicas, Universidad de Pamplona-Colombia, vol.7, pp.1-7.

[39] Ares, J., Bará, S., Gomez, M., Jaroszewicz, Z., Kolodziejczyk, A., Petelczyc, K (2008). Imaging with extended focal depth by means of the refractive light sword optical element. Optics Express Vol. 16, No. 22.

[40] Petelczyc, K., Ares, J., Bará, S., Jaroszewicz, Z., Kakarenko, K., Kolodziejczyk, A., Sypek, M. (2011). Strehl ratios characterizing optical elements designed for presbyopia compensation. Optics Express Vol. 19, No. 9.

[41] Mikuła, G., Jaroszewicz, Z., Kolodziejczyk, A., Petelczyc, K., Sypek, M. (2007). Imaging with extended focal depth by means of lenses with radial and angular modulation. Optics Express Vol. 15, No. 15.

[42] Kakarenko, K., Ducin, I., Grabowiecki, K., Jaroszewicz, Z., Kolodziejczyk, A., Mira, A., Petelczyc, K., Skladowska, A., Sypek, M. Assessment of imaging with extended depth of

field by means of the light sword lens in terms of visual acuity scale (2015). BIOMEDICAL OPTICS EXPRESS 1739. Vol. 6, No. 5, DOI:10.1364/BOE.6.001738.

[43] Petelczyc, K., Bará, S., A, Ciro., Jaroszewicz, Z., Kakarenko, K., Kolodziejczyk, A., Sypek, M. (2011**).** Imaging properties of the light sword optical element used as a contact lens in a presbyopic eye model. OPTICS EXPRESS 25602. Vol. 19, No. 25.

TRABAJOS RELACIONADOS CON EL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

[1] Castañeda, E., Henao, R. Elementos difractivos aplicados en sistemas automáticas de formación de imágenes. IV congreso Nacional de Ingeniería Física, Popayán-Colombia, 2014.

[2] Castañeda, E., Henao, R. Estudio de transmitancias de fase de diferentes elementos difractivos con profundidad de foco extendido aplicados en sistemas automáticos de formación de imágenes, XIV Encuentro Nacional de Óptica y V Conferencia Andina y del Caribe en Óptica y sus Aplicaciones, Santiago de Cali-Colombia, 2015.

[3] Castañeda, E., Henao, R. Study of transmittances of different diffractive phase elements with depth extended focus applied in a visual inspection system. OSA Latin America Optics & Photonics Conference (LAOP), Medellin- Colombia, 2016.